Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«АРМАВИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт прикладной информатики, математики и физики
Кафедра математики, физики и методики их преподавания

Методы решения олимпиадных задач по физике (Часть 1)

Составители: доцент кафедры математики, физики и МП, Немых О.А.,
доцент кафедры математики, физики и МП, Шермадина Н.А.

Армавир, 2021

Содержание

§1.Теоретический материал и методическиерекомендации для подготовки к решению олимпиадных задач по физике

Разбор типовых заданий заключительного и регионального этапов всероссийской олимпиады школьников по темам: «Калориметрия и теплообмен. Процессы в газах и жидкостях. Электродинамика. Электромагнитное излучение»

Молекулярная физика и термодинамика

Количество вещества

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$$

m — масса;

μ — молярная масса вещества;

N —число молекул;

N_A= 6,02·10^{23}моль$^{-1}$—число Авогадро

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$p = \frac{1}{3}mn\left\langle v^2\right\rangle$$

p — давление идеального газа;

m —масса одной молекулы;

$n = N/V$ —концентрация молекул;

V —объем газа;

N —число молекул.

Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа

$$\langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\langle v^2\rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

k = 1,38·10^{-23} Дж/К — постоянная Больцмана;

$R = kN_A$ = 8,31 Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная; $T = t$+273—абсолютная температура;

t —температура по шкале Цельсия.

Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT$$

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$$U = \frac{3}{2}\nu RT$$

ν — количество вещества;

R = 8,31 Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная; T —абсолютная температура.

Элементарная работа, совершаемая газом

$$\delta A = pdV$$

Первый закон термодинамики

$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U$$

ΔQ —количество подведенной теплоты;
ΔA —работа,совершаемая веществом;
ΔU —изменение внутренней энергии вещества.

Калориметрия

Если веществу передается какое-либо количество теплоты (в любой форме), то изменяется его температура (за исключением изотермических процессов). Характеристиками такого изменения являются различные теплоемкости. *Теплоемкость тела* измеряется отношением этого количества теплоты к изменению температуры:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Теплоемкость единицы массы называется *удельной теплоемкостью* данного вещества:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m\,dT}.$$

Теплоемкость одного моля вещества называется *молярной теплоемкостью* данного вещества:

$$c_{\mu} = \frac{C}{\mu} = \frac{m}{\mu}c = \frac{\delta Q}{\mu dT}.$$

Если зависимостью теплоемкости от температуры можно пренебречь, то для конечного интервала температур

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} mc\,dT = mc(T_2 - T_1).$$

Если система охватывает все тела, участвующие в теплообмене, то первое начало термодинамики, или, что то же самое, закон сохранения и превращения энергии, можно записать в виде *уравнения теплового баланса*

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta Q_i = 0\,.$$

Количество теплоты, необходимое для плавления, вычисляется по формуле:

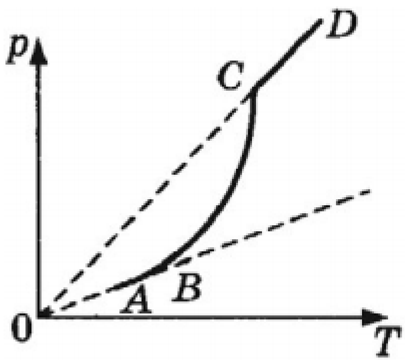
$$Q = \lambda \cdot m,$$

где λ – удельная теплота плавления вещества, m – масса вещества.

Кристаллизация (отвердевание) – переход вещества из жидкого состояния в твердое. Кристаллизация сопровождается выделением тепла:

$$Q = -\lambda \cdot m.$$

Процессы в газах и жидкостях



На рисунке показана зависимость давления насыщенного пара от температуры. На участке AB (в сосуде пар и жидкость) давление увеличивается за счет роста температуры и, соответственно, скорости частиц. На участке BC (в сосуде пар и жидкость) давление увеличивается как за счет роста температуры, так и за счет увеличения концентрации молекул пара. Участок CD (в сосуде только пар) соответствует состоянию, когда давление растет за счет увеличения скоростей молекул пара.

Влажность воздуха – физическая величина, характеризующая содержание водяного пара в воздухе. Относительная влажность показывает, насколько водяной пар, содержащийся в воздухе, близок к насыщению. Формула для вычисления относительной влажности.

$$\varphi = \frac{p_{пар}}{p_{нас}} \cdot 100\%\,.$$

Количество теплоты, необходимое для превращения жидкости, нагретой до температуры кипения, в пар, вычисляется по формуле:

$$Q = L \cdot m,$$

где L – удельная теплота парообразования вещества, m – масса вещества.

При конденсации пара выделяется такое же количество теплоты:

$$Q = -L \cdot m.$$

Электричество

Электрическая емкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \Delta Q / \Delta\varphi,$$

где Q - заряд, сообщенный проводнику (конденсатору); $\Delta\varphi$ - - изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

Электрическая емкость уединенной проводящей сферы радиусом *R*, находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Если сфера полая и заполнена диэлектриком, то электроемкость ее от этого не изменяется.

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d,$$

где S - площадь пластин (каждой пластины); d - расстояние между ними; ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электрическая емкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектриком толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε, (слоистый конденсатор),

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2 + \ldots + d_n/\varepsilon_n}.$$

Электрическая емкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2/(R_2 - R_1).$$

Электрическая емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{l}{ln(\frac{R_2}{R_1})}$$

Электрическая емкость *C* последовательно соединенных конденсаторов:

в общем случае $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$, где n-число конденсаторов;

в случае двух конденсаторов $C_{общ} = C_1 * C_2 / C_1 + C_2$

случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C = C_1/n$.

Электрическая емкость параллельно соединенных конденса-торов:

в общем случае $C=C_1+C_2+...+C_n$;

в случае двух конденсаторов $C=C_1+C_2$;

в случае *n* одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C=nC_1$.

Сила постоянного тока

I=Q/t, где Q - количество электричества, прошедшее сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока есть векторная величина,равнаяотношению силы тока к площади S поперечного сечения проводника:

$j = \frac{I}{S}\kappa$, где к - единичный вектор, по направлению совпадающий с правлением движения положительных носителей заряда.

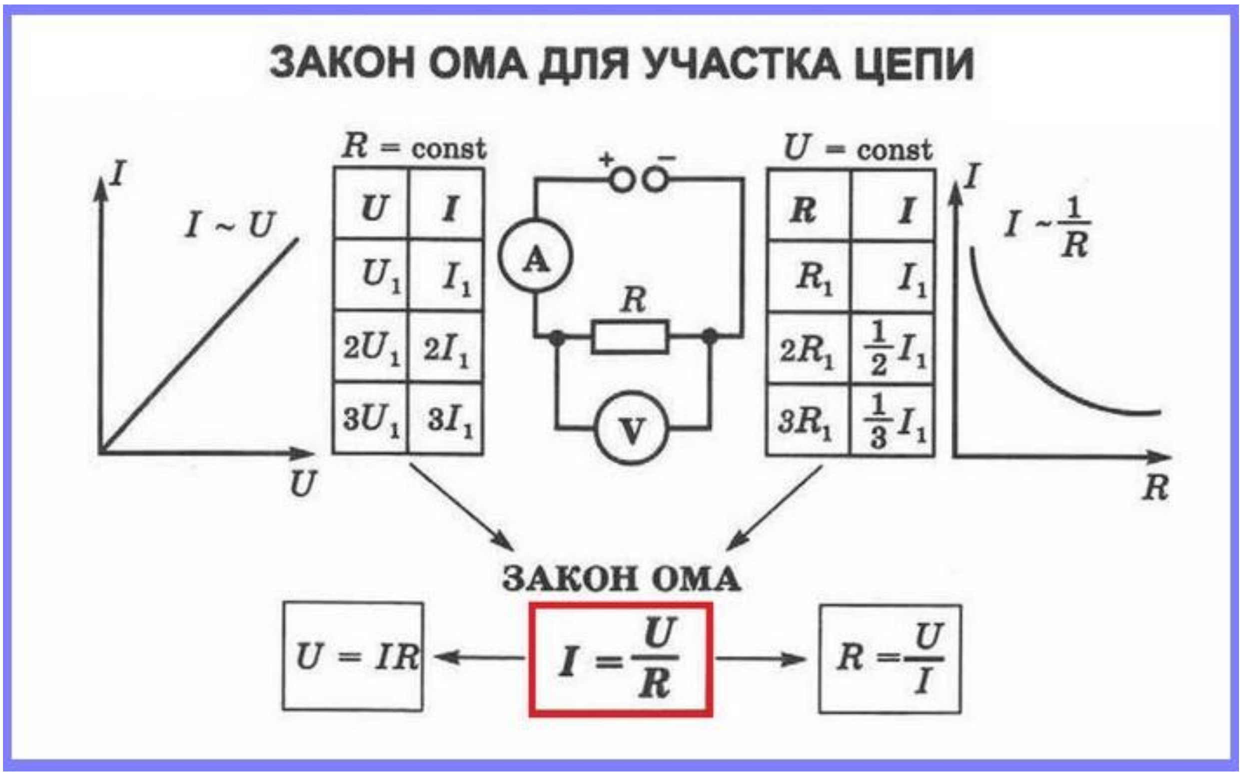
Сопротивление однородного проводника

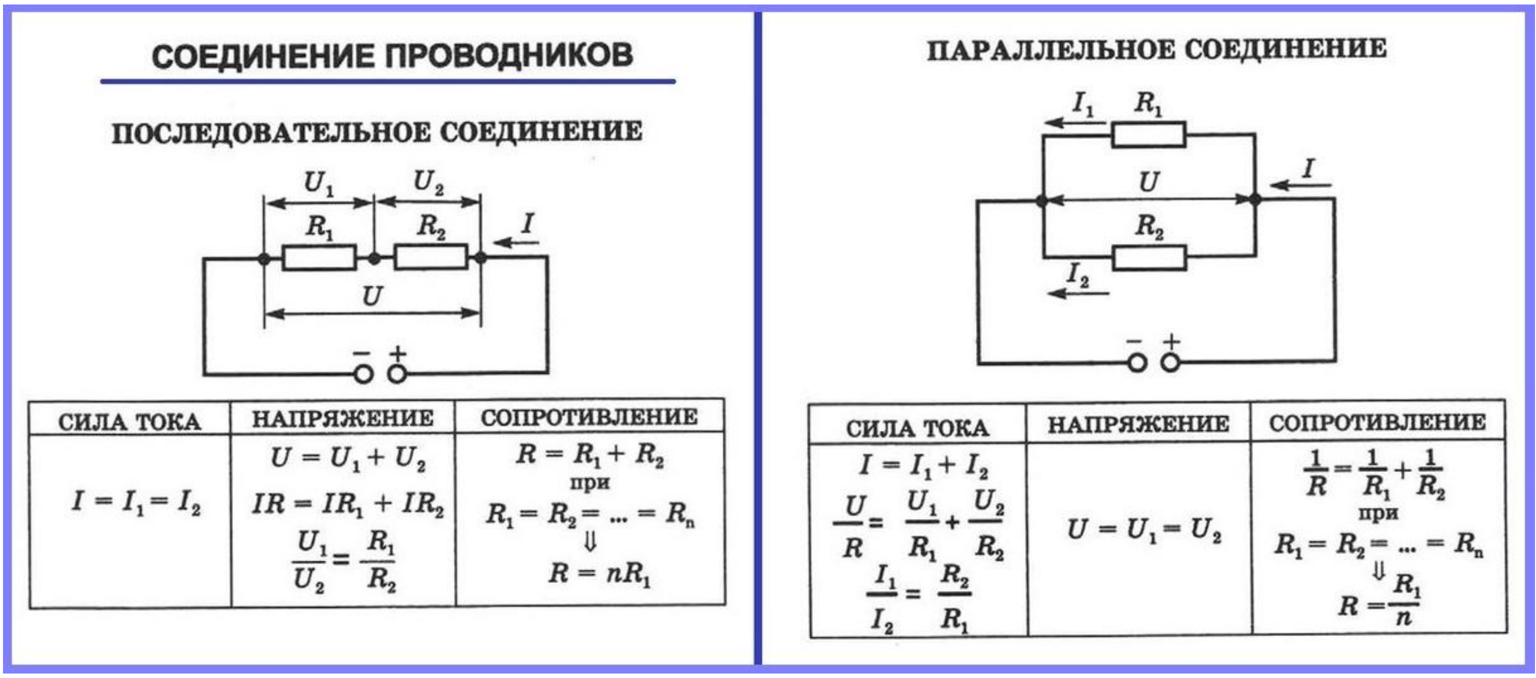
- R=ρl/S, где ρ - удельное сопротивление вещества проводника; l - его длина.

Проводимость Gпроводника и удельная проводимостьγвеществаG=1/R, γ=l/ρ.

Зависимость удельного сопротивления от температуры

ρ=ρ0 (1+αt), где ρ и ρ0 - удельные сопротивления соответственно при t и 0 ˚C; t -температура (по шкале Цельсия); α - температурный коэффициент сопротивления.





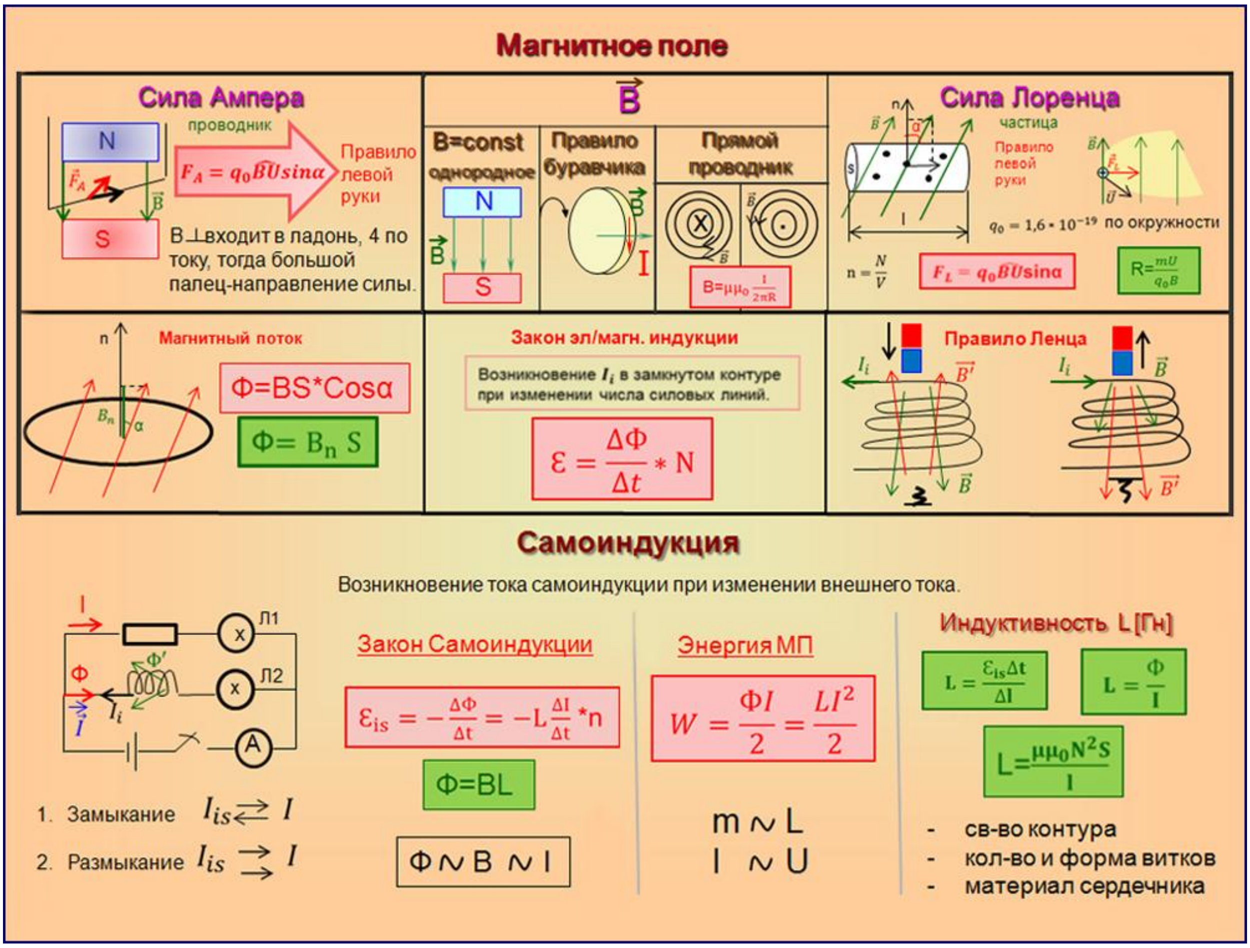
Закон Джоуля-Ленца:

$Q = I^2Rt$, где

Q — количество выделяемой теплоты (в Джоулях)
I — сила тока (в Амперах)
R — сопротивление проводника (в Омах)
t — время прохождения (в секундах)

Работа электрического тока: $A = U^2t/R$ или $A = I^2Rt$.

Мощность электрического тока равна отношению работы ко времени, за которое она совершена: $P = A/t$ или $P = IUt/t$ => $P = IU$.



Оптика

Основное свойство линз – способность давать изображения предметов. **Изображение** – это точка пространства, где пересекаются лучи (или их продолжения), испущенные источником после преломления в линзе.

Изображения бывают **прямыми** и **перевернутыми**, **действительными**(пересекаются сами лучи)и **мнимыми** (пересекаются продолжениялучей), **увеличенными** и **уменьшенными**.

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей.

Для простоты можно запомнить, что изображение точки будет точкой. Изображение точки, лежащей на главной оптической оси, лежит на главной оптической оси. Изображение отрезка – отрезок. Если отрезок перпендикулярен главной оптической оси, то его изображение перпендикулярно главной оптической оси. А вот если отрезок наклонен к главной оптической оси под некоторым углом, то его изображение будет наклонено уже под некоторым другим углом.

Изображения можно также рассчитать с помощью **формулы тонкойлинзы**.Если кратчайшее расстояние от предмета до линзы обозначить че-рез*d*, а кратчайшее расстояние от линзы до изображения через *f*, то фор-мулу тонкой линзы можно записать в виде:

$$\pm\frac{1}{d}\pm\frac{1}{f}=\pm\frac{1}{F}=D$$

Величину *D*, обратную фокусному расстоянию называют **оптической силой линзы**. Единица измерения оптической силы является 1 диоптрия (дптр). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м.

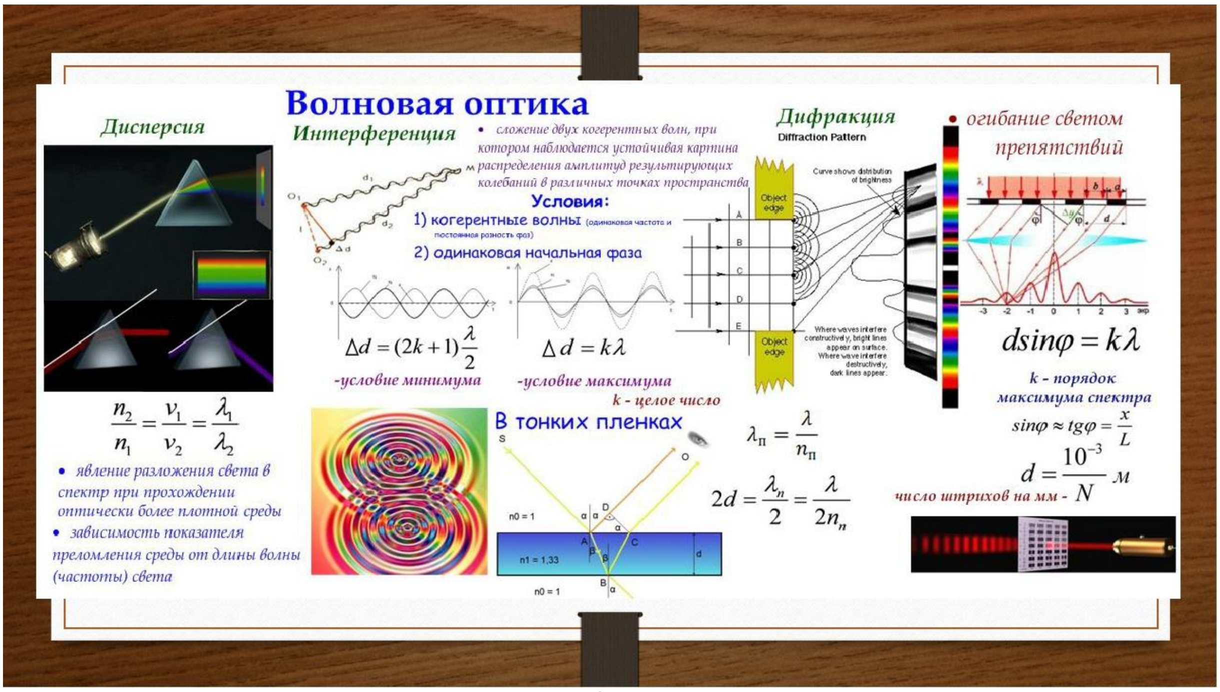
Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы $F > 0$, для рассеивающей $F < 0$. Оптическая сила рассеивающей линзы также отрицательна.

Величины *d* и *f* также подчиняются определенному правилу знаков: $f > 0$ – для действительных изображений; $f < 0$ – для мнимых изображений. Перед *d* знак «–» ставится только в том случае, когда на линзу па-дает сходящийся пучок лучей. Тогда их мысленно продлевают до пересечения за линзой, помещают туда воображаемый источник света, и определяют для него расстояние *d*.

В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. **Линейным увеличением** линзы*Г*называют отношение линейных размеров изображения и пред-мета. Для линейного увеличения линзы существует формула:

$$\Gamma=\frac{h_{изображения}}{h_{предмета}}=\frac{f}{d}$$

Во многих оптических приборах свет последовательно проходит через две или несколько линз. Изображение предмета, даваемое первой линзой, служит предметом (действительным или мнимым) для второй линзы, которая строит второе изображение предмета и так далее.

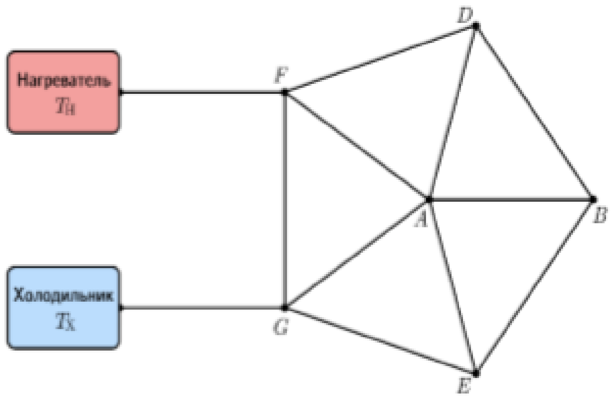


§2. Примеры решения задач заключительного и регионального этапов и критерии их оценивания

9 класс

Задача 1

Два резервуара, в которых поддерживаются температуры $T_н = 73∘C$ и $T_х = −11∘C$, соединены между собой с помощью 12 одинаковых теплопроводящих стержней так, как показано на рисунке. Резервуар при большей температуре называется нагревателем, а резервуар при меньшей температуре — холодильником. Теплопроводящая система теплоизолирована. Приток тепла осуществляется только от нагревателя, а отвод — только через холодильник.



1. Сравните установившиеся температуры точек A и B соединения стержней.

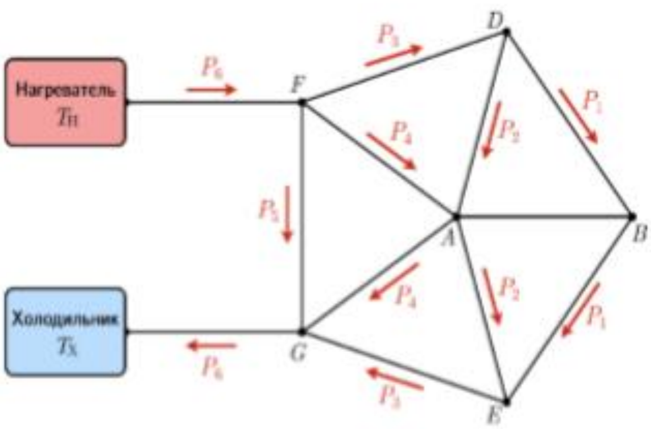
2. Во сколько раз разность установившихся температур на концах стержня FA больше разности установившихся температур на концах стержня DB?

3. Определите разность установившихся температур на концах стержня DB.

4. Найдите установившуюся температуру точки E соединения стержней. Считайте, что мощность теплового потока P вдоль стержня (количество теплоты, проходящее в единицу времени) пропорциональна разности температур ΔT на его концах, то есть $P = k\cdot\Delta T$, где k — постоянный коэффициент пропорциональности.

Решение

Рассмотрим систему в установившемся состоянии. Она симметрична относительно прямой AB. Это означает, что мощности теплопередачи в симметричных стержнях одинаковы (рис.1). Из закона сохранения энергии для соединения B следует, что мощность теплопередачи вдоль стержня AB отсутствует, поэтому $T_A = T_B$.



Пусть $P_1 = P$. Выразим разность температур между точками D и E по направлениям DBE и DAE:

$$T_D - T_E = P_1/k + P_1/k = 2P/k \text{ и } T_D - T_E = P_2/k + P_2/k = 2P_2/k.$$

Выходит, что $P_2 = P$.

Далее, из закона сохранения энергии для точки D следует, что

$$P_3 = P_1 + P_2 = 2P.$$

Выразим теперь разность температур между точками F и A по направлениям FA и FDA:

$$T_F - T_A = P_4/k \text{ и } T_F - T_A = P_3/k + P_2/k = 3P/k.$$

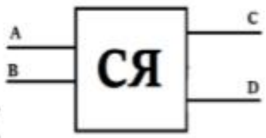
Выходит, что $P_4 = 3P$. Это означает, что разность установившихся температур на концах стержня FA больше разности установившихся температур на концах стержня DB в 3 раза.

Выразим разность температур между точками F и G по направлениям FG и FAG:

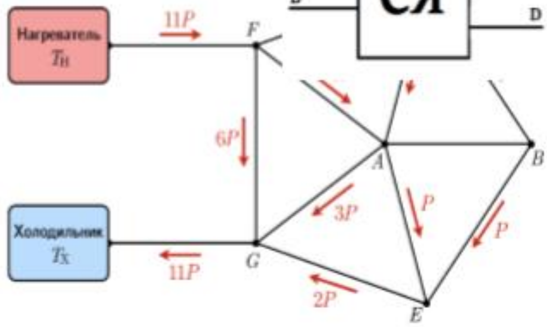
$T_F - T_G = P_5/k$ и $T_F - T_G = P_4/k + P_4/k = 6P/k$. Отсюда заключаем, что $P_5 = 6P$.

Из закона сохранения энергии для точки F следует, что

$$P_6 = P_3 + P_4 + P_5 = 11P.$$



На рис. 2 приведено распределение мощностей теплопередачи в установившемся состоянии системы.



Выразим разность температур между нагревателем и холодильником по направлению НFGХ и разность температур между точками D и B по направлению DB:

$$T_н - T_х = P_6/k + P_5/k + P_6/k = 28P/k \text{ и } T_D - T_B = P/k.$$

Видим, что $T_D - T_B = (T_н - T_х)/28 = 3^\circ C$.

Для нахождения установившейся температуры в точке E рассмотрим направление EGХ:

$$T_E - T_х = P_3/k + P_6/k = 13P/k, \text{ откуда } T_E = T_х + 13(T_н - T_х)/28 = 28^\circ C.$$

Итак, соберём ответы на вопросы в условии:

1. $T_A = T_B$;
2. В 3 раза;
3. $T_D - T_B = (T_н - T_х)/28 = 3^\circ$C;
4. $TE = T$х $+13(T$н $-T$х$)/28 = 28^\circ$C.

Критерии оценивания:

Ответ на первый вопрос - 2 балла

Ответ на второй вопрос - 2 балла

Ответ на третий вопрос -2 балла

Ответ на четвёртый вопрос - 4 балла

Задача 2

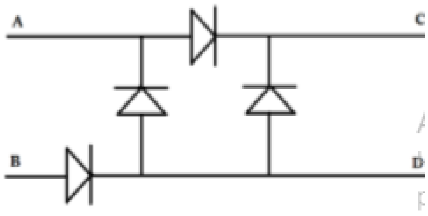
Экспериментатор Костя провел серию измерений над серым ящиком, показанным на рисунке. Внутри ящика оказалось 4 светодиода. Костя поочередно замыкал разными способами на батарейку контакты, выходящие из серого ящика. Потом он решил еще попарно соединять провода. Итоги вы можете увидеть в таблице, где в третьем столбце показано количество включённых диодов. Помогите Косте восстановить схему подключения светодиодов внутри серого ящика. Диоды считайте идеальными.

"+"	"—"	Кол-во
A	B	0
A	C	1
A	D	0
B	A	2
C	A	0
D	A	1

"+"	"—"	Кол-во
B	C	4
B	D	1
C	B	0
D	B	0
C	D	0
D	C	3

"+"	"—"	Кол-во
BD	C	3
B	AC	3
A	CD	1
AB	C	3
B	AD	1
D	BC	3

Решение.



Из результатов подключения (B-C, C-B) пары контактов следует, что при таком подключении диоды оказываются направленными все в одну сторону. Из результатов подключения пар контактов (A-B, B-A), (B-D, D-B) и (A-C, C-A) делаем вывод, что между этими парами контактов контактами находится существует путь в один диод, причём остальные диоды либо блокируют друга, либо вообще не находятся на каком-либо пути между рассматриваемой парой контактов.

Из результатов подключения пары контактов (D-C, CD) следует, что между этой парой контактов находится 3 диода. На основании тих наблюдений делаем предположение, что схема устроена так, как показана на рисунке. Проверка этой гипотезы результатами измерений со сдвоенными контактами (правая таблица) даёт положительный результат. Таким образом, найденная схема является верным ответом.

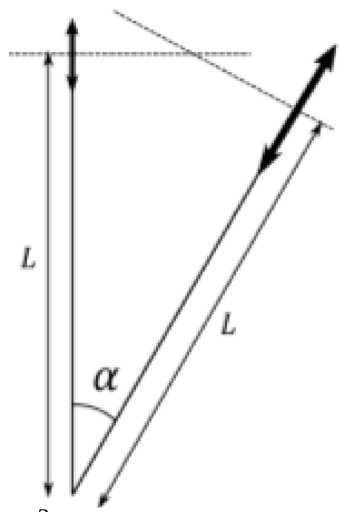
Критерии оценивания

Приведены частичные объяснение построения схемы - 2 балла

Полностью объяснена схема подключения диодов - 4 балла

Приведена правильная схема - 4 балла

Задача 3



Две собирающие линзы, имеющие радиусы 1.5 см и 4 см, расположены под углом α = 2/7 рад друг к другу, как показано на рисунке. Их оптические оси лежат в одной плоскости, на рисунке они показаны штрихованными линиями. Расстояние L = 36 см. Фокусное расстояние левой линзы f в два раз меньше фокусного расстояния правой линзы. Известно, что если пустить луч горизонтально слева на левую лизну на y = 72/49 см выше оптической оси, то он пройдёт через вторую линзу и в итоге отклонится на β = 9/98 рад вниз. Каково фокусное расстояние каждой линзы? Считайте, что приближение $\sin\varphi \approx \varphi$ работает вплоть до углов $\varphi \approx \pi/6$, а также тем, что при малых углах $\cos\varphi = 1-\varphi^2/2$.

Решение

Составим уравнение на фокусное расстояние f левой линзы. После прохождения первой линзы луч отклонится на малый угол $-y/f$ (минус означает, что луч отклоняется вниз). Посчитаем, на каком расстоянии z от оси второй линзы и под каким углом θ луч пройдёт через эту линзу.

Поскольку мы работаем в пределе параксиальной оптики и вторая линза повернется на малый угол α, то по-прежнему можно считать, что угол между лучом и осью второй линзы мал. Поэтому угол равен

$$\theta = \alpha - y/f$$

Расстояние (включая знак, означающий выше или ниже оптической оси) можно посчитать так: это расстояние, если бы вторая линза была соосной первой плюс расстояние, на которое смещён центр второй линзы относительно оптической оси первой линзы. Оно равно:

$$L(1-\cos(\alpha)) = \alpha^2 L/2$$

$$z = y - y\,L/2f + \alpha^2 L/2$$

Мы учли, что расстояние между центрами линз равно в нашем приближении $L/2$. Угол, на который отклонится луч после прохождения второй линзы, равен $-z/(2f)$. Полный угол β, на который отклонится луч, таким образом, равен

$$\beta = -y/f - z/2f$$

Подставляя z, приходим к квадратичному уравнению

$$(L/f)^2 - 2(3 + L\,\alpha^2/2y)\,L/f - L\beta/y = 0.$$

Решением, которое соответствует собирающей линзе, является $L/f = 9$, то есть $f = 4$ см. При этом $z = -180/49 \approx -3.7$, что, как и должно быть, меньше радиуса правой линзы, равного по условию 4 см.

Критерии оценивания

Записано отклонение луча после прохождения первой линзы - 1 балл

Найден угол, под которым войдет луч во вторую линзу - 1 балл

Определено смещение центра второй линзы относительно оси первой линзы - 1 балл

Найдено расстояние до оси, на котором луч входит во вторую линзу - 2 балла

Найден угол отклонения после прохождения второй линзы - 1 балла

Найден полный угол отклонения после прохождения двух линз - 2 балла

Найдены фокусные расстояния линз - 2 балла

Задача 4

Полностью заполненный водой калориметр с электронагревателем имеет комнатную температуру t_0. Нагреватель включают, и через время T = 30 с температуры калориметра увеличивается на величину Δt. Затем воду из калориметра быстро выливают, вместо нее наливают такое же количество воды комнатной температуры и снова включают нагреватель. Чтобы теперь нагреть калориметр до температуры $t_0 + \Delta t$ требуется время 5T /6. После этого воду из калориметра снова быстро выливают, а наливают такое же количество воды с температурой на величину Δt ниже комнатной. Сколько понадобится времени, чтобы нагреть калориметр тем же нагревателем до комнатной температуры? Считать, что калориметр не отдает тепло в окружающее пространство. Температуры воды и калориметра уравниваются очень быстро.

Решение

Пусть теплоемкость воды в калориметре - C, теплоемкость калориметра -C_0, мощность нагревателя - P. Тогда уравнение теплового баланса для первого нагревания (начальные температуры воды и калориметра равны t_1) имеем

$$PT = (C + C_0)\,\Delta t \qquad (*)$$

(T - время нагревания, Δt - увеличение температуры калориметра при нагревании). После того как воду вылили, заполнили калориметр водой комнатной температуры, в калориметре установилась температура, большая, чем комнатная. При этом, поскольку потерь энергии нет, то количество необходимой для нагревания теплоты можно вычислить как количество теплоты, необходимое для нагревания воды (но не калориметра) от комнатной температуры на величину Δt. Поэтому уравнение теплового баланса для второго нагревания дает

$$5\,PT/6 = C\,\Delta t \qquad (**)$$

Вычитая (**) и (*), получим

$$PT/6 = C_0\,\Delta t \qquad (***)$$

Количество теплоты, необходимое для третьего нагревания можно посчитать так. В третьем процессе вода должна нагреться на величину Δt (от температуры на Δt ниже комнатной до комнатной), а калориметр остыть на величину Δt (от температуры на Δt выше комнатной до комнатной). Поэтому уравнение теплового баланса дает

$$PT_1 + C_0\,\Delta t = C\,\Delta t$$

где T_1 - искомое время. Используя формулы (**) и (***), получим

$$T_1 = 2T/3 = 20 \text{ сек}$$

Критерии оценивания

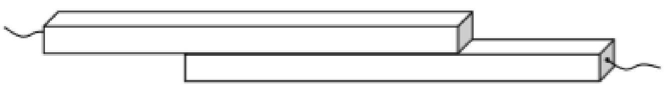
Правильная идея решения – использование уравнения теплового баланса с калориметром и без калориметра - 3 балла

Найдено соотношение теплоемкости калориметра и воды в калориметре – 3 балла

Правильное уравнение теплового баланса для третьего случая – 3 балла

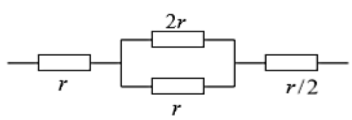
Правильный ответ – 1 балл

Задача 5



Два очень тонких и очень длинных проводящих стержня прямоугольного сечения имеют одинаковые размеры. Удельное сопротивление материала одного стержня вдвое меньше удельного сопротивления материала второго. Стержни плотно прижимают друг к другу боковой стороной так, что прижатыми оказываются две третьих длины стержней. Стержни включаются в электрическую цепь своими неперекрытыми торцами (см. рисунок). Найти сопротивление системы стержней, если сопротивление стержня с меньшим сопротивлением R = 10 Ом.

Решение



Поскольку стержни очень тонкие, падением напряжения в поперечном направлении можно пренебречь. Кроме того, электрическое напряжение линейно падает вдоль длины каждого стержня в месте их «бокового» контакта, следовательно, электрический ток через боковые поверхности стержней течь не будет. Поэтому можно считать, что данная электрическая цепь сводится к цепи, показанной на рисунке.

Здесь левый резистор r - сопротивление одной трети стержня с большим удельным сопротивлением, верхний резистор 2r - сопротивление двух третьих стержня с большим удельным сопротивлением, нижний резистор r - сопротивление двух третьих стержня с меньшим удельным сопротивлением, r/2 - сопротивление одной трети стержня с меньшим удельным сопротивлением. А поскольку сопротивление стержня с меньшим удельным сопротивлением равно R, то

$$3r/2 = R ; \quad r = 2R /3$$

Складывая сопротивления цепи, показанной на рисунке, по правилам сложения последовательно и параллельно соединенных резисторов, найдем общее сопротивление стержней

$R_{об} = 13\ R /9 = 14,4$ Ом

Критерии оценивания

Обоснование (со ссылкой на малость размеров в поперечном направлении и малое падение напряжения), что участок соединенных стержней – последовательное соединение резисторов – 3 балла

Правильно перерисована цепь с учетом пропорциональности сопротивление длине стержня – 3 балла

Правильно использованы формулы для расчета эквивалентного сопротивления – 2 балла

Правильный ответ – 2 балла

10 класс

Задача 1.

При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом

Решение

Рассмотрим сначала процесс 1-2, представляющий собой изотерму. На изотерме PV = const, поэтому

$$P_1V_1 = P_2V_2 \ (1)$$

Работа при изотермическом расширении, численное значение которой задано в условии, равна

$$A_I = A_{12} = P_1V_1 \ln (V_2 /V_1) = 100 \text{ Дж.}$$

Далее, рассмотрим процесс 1-3-2. Работа на изобарном процессе 1-3

$A_{13} = P_1\ (V_3 - V_1)$

Работа на 3-2 адиабате:

$Q_{32} = 0 = A_{23} + \Delta U$

$A_{23} = -\Delta U = i/2\ (P_3V_3 - P_2V_2) = 3P_1\ (V_3 - V_1)$,

где i = 6 — количество степеней у трёх-атомной молекулы воды.

Полная работа 1-3-2, численное значение которой также задано в условии, равна $A_{II} = A_{13} + A_{32} = 4P_1(V_3 - V_1) = 171{,}8$ Дж

Выразим теперь промежуточное значение объёма V_3 через значения объёма V_1 и V_2.

Процесс 3-2 является адиабатой, значит PV

γ = const, с γ = (i+2)/i = (6+2)/6 = 4/3.

Таким образом,

$$P_3 V_3^{\frac{4}{3}} = P_2 V_2^{\frac{4}{3}}$$

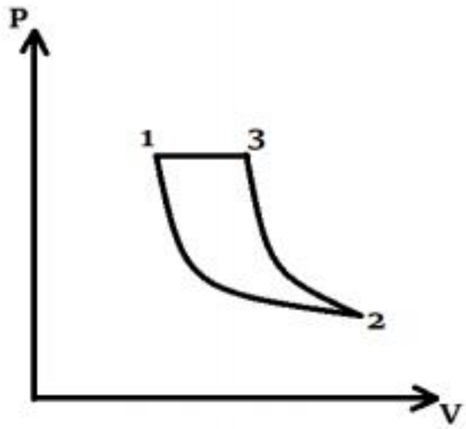
С учётом уравнения (1) находим, что

$$P_1 V_3^{\frac{4}{3}} = P_1 V_2^{\frac{1}{3}} V_1, \qquad \text{то есть} \qquad V_3 = V_2^{\frac{1}{4}} V_1^{\frac{3}{4}}.$$

Запишем отношение работы на процессе 1-2 к работе на процессе 1-3-2:

$$\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{4P_1(V_3 - V_1)} = \frac{V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{4\left(V_2^{\frac{1}{4}} V_1^{\frac{3}{4}} - V_1\right)} = \frac{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{4\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right)}$$

$$= \frac{1}{1.718} = \frac{1}{e-1},$$



где e есть основание натуральной экспоненты. Из этого соотношения легко увидеть, что отношение объёмов в начальной и конечной точках равно

$$\frac{V_2}{V_1} = e^4$$

Наконец, из знания работы, совершённой при изотермическом процессе 1-2, находим

$$P_1 V_1 = \frac{A_I}{4} = 25 \text{ Дж}$$

В результате, искомая работа, совершённая при изохорном расширении от V_1 до V_2, равна

$$A_{III} = P_1(V_2 - V_1) = P_1 V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = \frac{A_I(e^4 - 1)}{4} = 1340 \text{Дж}.$$

Критерии оценивания

Записано выражение для работы в изотермическом процессе 1-2 – 2 балла

Записано выражение для работы в изобарическом процессе – 1 балл

Записано выражение для работы в адиабатическом процессе – 2 балла

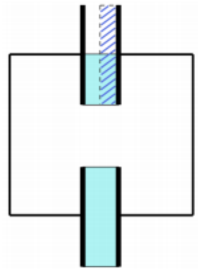
Получено соотношение между объемами в состоянии 1 и 2 – 3 балла

Вычислена работа в изотермическом процессе 1-2 – 1 балл

Записано выражение для работы в совокупности изобарного и изохорного процессов – 1 балл

Задача 2

Конденсаторы представляют собой плоские прямоугольные ящички с металлическими боковыми стенками, покрытыми тонкой диэлектрической плёнкой. Внутри ящички заполнены водой (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 81$). Конденсаторы подключают поочередно к источнику питания и соединяют между собой параллельно. Суммарно источником питания была затрачена работа $W_0 = 100$ мДж. В результате поломки из одного из конденсаторов вылилась половина воды. Оставшаяся половина воды распределилась в этом конденсаторе так, что соединила собою обкладки, а граница с воздухом оказалась нормальной к обкладкам, см. Рисунок. Какую работу нужно совершить, чтобы прижать воду к одной из обкладок, так чтобы граница воды с воздухом была параллельна обкладкам (соответствующая область выделена штриховкой на рисунке)? Гравитацией и капиллярными эффектами пренебречь.

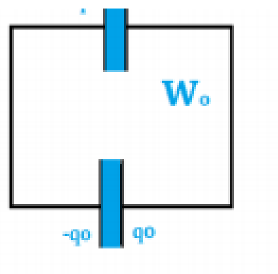


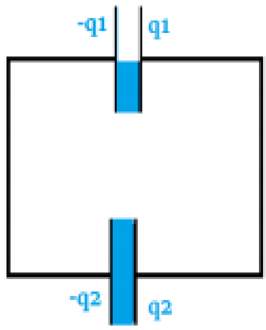
Решение

Рассмотрим ситуацию после зарядки конденсаторов и перед поломкой одного из них. Энергия системы (затраченная работа источником питания) равна

$$W_0 = \frac{2q_0^2}{2C_0} = \frac{q_0^2}{C_0}$$

Здесь C_0 – ёмкость неполоманного конденсатора.





После поломки одного из конденсаторов заряды на обкладках конденсаторов перераспределятся, так что $2q_0 = q_1 + q_2$. Распределение зарядов между конденсаторами находим из условия, что напряжения на обкладках обоих конденсаторов должны совпадать,

$$U = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_0}$$

Ёмкость поломанного конденсатора может быть вычислена как результат параллельного соединения двух конденсаторов половинного размера, один без воды, а другой с водой:

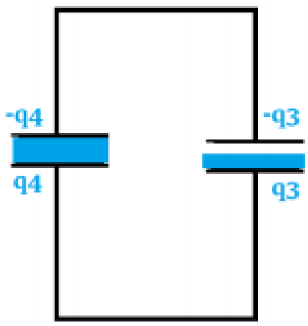
$$C_1 = \frac{C_0}{2} + \frac{C_0}{2\varepsilon} = \frac{(\varepsilon + 1)C_0}{2\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{(\varepsilon + 1)q_2}{2\varepsilon}$$

В результате находим, что заряды

$$q_2 = \frac{4\varepsilon q_0}{3\varepsilon + 1}, \qquad q_1 = \frac{2(\varepsilon + 1)q_0}{3\varepsilon + 1},$$

А полная энергия

$$W_I = \frac{q_1^2}{C_1} + \frac{q_2^2}{C_0} = \frac{4(\varepsilon+1)^2 q_0^2 2\varepsilon}{2(3\varepsilon+1)^2(\varepsilon+1)C_0} + \frac{16\varepsilon^2 q_0^2}{2(3\varepsilon+1)^2 C_0} = \frac{4\varepsilon}{3\varepsilon+1}\frac{q_0^2}{C_0} = 1{,}33W_0$$



Теперь рассмотрим, какова будет энергия системы, если в поломанном конденсаторе изменится расположение воды. Распределение зарядов на конденсаторах обозначим q_3 (поломанный) и q_4, из закона сохранения заряда $2q_0 = q_3 + q_4$. Снова запишем условие равенства напряжений,

$$U = \frac{q_3}{C_3} = \frac{q_4}{C_0},$$

но теперь поломанный конденсатор можно представить как последовательное соединение двух конденсаторов половинной толщины, так что

$$C_3 = \left(\frac{1}{2\frac{C_0}{\varepsilon}} + \frac{1}{2C_0}\right)^{-1} = \frac{2C_0}{\varepsilon+1}.$$

Поэтому заряды

$$q_3 = \frac{4q_0}{\varepsilon+3}, \qquad q_4 = \frac{2(\varepsilon+1)q_0}{\varepsilon+3},$$

а полная энергия

$$W_{II} = \frac{q_4^2}{C_0} + \frac{q_3^2}{C_3} = \frac{4(\varepsilon+1)^2 q_0^2}{2(\varepsilon+3)^2 C_0} + \frac{16(\varepsilon+1)q_0^2}{2(\varepsilon+3)^2 2C_0} = \frac{q_0^2}{C_0}\frac{2(\varepsilon+1)}{\varepsilon+3} = 1{,}95W_0.$$

Разность энергий даёт как раз (минимальную) работу, которую нужно совершить, чтобы перевести систему из одного состояния в другое, то есть

$$A = W_{II} - W_I = \frac{2(\varepsilon-1)^2}{(\varepsilon+3)(3\varepsilon+1)}W_0 = 0.62\ W_0 = 62\ \text{мДж}.$$

Критерии оценивания

Записана энергия исправного конденсатора - 1 балл

Записана емкость конденсатора наполовину заполненного водой в 1 положении – 1 балла

Записана емкость конденсатора наполовину заполненного водой в 2 положении – 1 балла

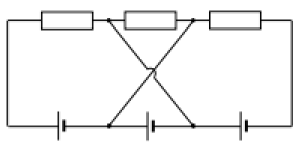
Найдена полная энергия для первого состояния поломанного конденсатора – 3 балла

Найдена полная энергия для второго состояния поломанного конденсатора – 3 балла

Найдена работа – 1 балл

Задача 3

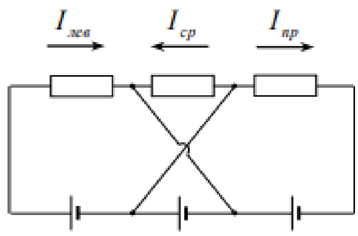
Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, содержит три одинаковых источника с ЭДС ε =1,5 В с нулевым внутренним сопротивлением и три резистора, два из которых имеют сопротивление R =100 Ом, третий - 2R Найти ток через средний источник. Сопротивления проводов пренебрежимо малы.



Решение

1. Возможны два типа соединения двух резисторов R и одного $2R$ в рассматриваемой цепи – (1) резистор $2R$ находится посередине между двумя резисторами R или (2) резистор $2R$ находится с краю (неважно с какого, поскольку одно его расположение (например, «левое») сводится ко второму («правому») переворачиванием цепи и источников). Рассмотрим отдельно оба типа соединений.

1. Пусть резистор $2R$ расположен между двумя резисторами R. Поскольку источники не имеют внутренних сопротивлений, напряжение на зажимах источника (при любом токе через них) равно его ЭДС. Поэтому напряжение на среднем сопротивлении равно ε, а ток через него можно найти по закону Ома для участка цепи



$$I_{ср} = \frac{\varepsilon}{2R},$$

течет этот ток справа налево (см. рисунок). Аналогично находим, что ток через левый резистор равен $I_{лев} = 2\varepsilon / R$ и течет слева направо (см. рисунок). Ток через правый резистор равен $I_{пр} = 2\varepsilon / R$ и течет слева направо (см. рисунок). В результате по проводу, наклоненному слева-направо-вниз, течет ток $I_{лев} + I_{ср}$, через правый источник справа налево течет ток $I_{пр}$. Следовательно, в правый нижний узел по двум проводам втекает ток $I_{лев} + I_{ср} + I_{пр}$, который должен вытекать по третьему проводу к среднему источнику. Поэтому через средний источник в направлении справа налево течет ток

$$I = I_{лев} + I_{ср} + I_{пр} = \frac{9\varepsilon}{2R} = 0{,}135 \text{ А}$$

2. Если больший резистор находится слева, ток через средний резистор также определяется формулой

$$I = I_{лев} + I_{ср} + I_{пр}$$

Но токи через резисторы меняются:

$$I_{лев} = \frac{2\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon}{R},\ I_{ср} = \frac{\varepsilon}{R},\ I_{ср} = \frac{2\varepsilon}{R}$$

Поэтому

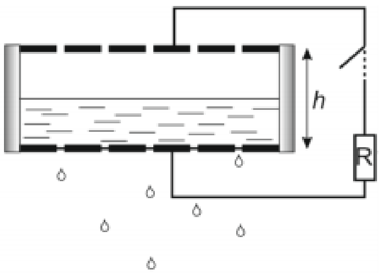
$$I = I_{лев} + I_{ср} + I_{пр} = \frac{4\varepsilon}{R} = 0{,}12 \text{ А}$$

Течет этот ток справа налево. Если бы большее сопротивление было бы справа, ток через средний резистор был бы таким же.

Критерии оценивания

Правильная идея решения – закон Ома плюс условия ненакопления заряда в узлах (сумма токов, втекающих в каждый узел, равна сумме вытекающих) - 3 балла,
Указание, что есть два варианта расположения сопротивлений – 3 балла
Правильные уравнения для закона Ома и ненакопления заряда в узлах – 3 балла,
Правильные ответы – 1 балл

Задача 4



В сосуде цилиндрической формы, у которого дно представляет из себя металлическую пластину с небольшими дырками, бока сделаны из стекла высотой h (малой по сравнению с радиусом сосуда), а крышка – такую же металлическую пластину с дырками, налит раствор поваренной соли, являющийся хорошо проводящим электролитом. Протеканию через дырки дна электролиту препятствует напряжение, которое создаётся противоположными зарядами на двух пластинах. Электролит заполняет половину сосуда. В некоторый момент замыкают цель (см. рисунок), в которой присутствует очень большое сопротивление R. После этого электролит начинает медленно протекать через дырки в дне. С какой скоростью (отношение малых приращений изменения объёма электролита в сосуде к приращению времени, $\Delta V/\Delta t$) будет происходить это протекание сразу после включения? Считать, что в электролите в каждый момент времени успевает установиться механическое равновесие; сопротивлением электролита пренебречь.

Решение

Решение. Найдём массовую объёмную плотность электролита, рассмотрев систему до замыкания ключа. По сути мы имеем дело с конденсатором, образованным верхней и нижней стенками сосуда; пусть заряды на верхней и на нижней обкладках равны Q и $-Q$ соответственно. Однако электролит внутри себя изменяет поле до нуля. Электрическое поле поэтому присутствует только под крышкой сосуда над электролитом и равно

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

Электролит создаёт заряженный слой на верхней поверхности, суммарный заряд которого равен заряду крышки с противоположным знаком. Поэтому электрическое поле действует с поверхностной силой (т.е. создаёт перепад давления)

$$\Delta p = \frac{EQ}{2S} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$$

Этот перепад давления компенсируется высотой столба электролита (обозначим его x, до включения $x = h/2$), поскольку над электролитом и под ним давление равно атмосферному:

$$\Delta p = \rho g x, \qquad \Longrightarrow \qquad \rho = \frac{Q^2}{\varepsilon_0 S^2 g x}, \quad x = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2 g \rho}. \qquad (1)$$

Ёмкость конденсатора, частично заполненного электролитом, равна

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{h - x}$$

Когда будет замкнут ключ, в контуре потечёт ток

$$I = \frac{U}{R}, \quad U = \frac{Q}{C}, \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{dQ}{dt} = -I = -\frac{Q(h-x)}{\varepsilon_0 S R};$$

Из уравнения (1) можно связать производную по времени от величины заряда на обкладках с производной по времени от высоты столба электролита:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S^2 g \rho}\frac{dQ}{dt}$$

В результате, скорость ухода электролита из пространства между пластинами (м^3/с)

$$q = -S\frac{dx}{dt} = \frac{h^2}{2\varepsilon_0 R},$$

где мы подставили значение $x = h/2$ для высоты столба электролита.

Критерии оценивания

Записано выражение для скачка давления на верхней границе электролита - 2 балла

Написано гидростатическое уравнение, выражающее собой условие непротекания электролита – 2 балла

Посчитана ёмкость конденсатора с электролитом – 2 балла

Написано уравнение на ток в замкнутой цепи – 2 балла

Написано уравнение, связывающее силу тока в цепи со скоростью убывания столба электролита – 2 балла

11 класс

Задача 1.

Миражи появляются из-за неоднородности распределения показателя преломления в атмосфере. Пусть показатель преломления атмосферы $n(z)$ однороден по горизонтали, а по вертикали имеет зависимость: $n(z) = 1 + \Delta n$ при $z < H$, $n(z) = 1 + 2\Delta n/3 + \Delta n\,(H + h - z)/3h$ при $H < z < H + h$. На высотах $z > H + h$ показатель преломления увеличивается и постепенно возвращается на значение у поверхности Земли. Константа $\Delta n = 3 \cdot 10{-}4$, высоты $H = 200$ м, h = 200 м. Каково минимальное расстояние по горизонтали, на котором предмет, расположенный на поверхности Земли, будет виден расположенным в небе? Под каким углом к горизонту он будет виден на этом расстоянии?

Решение. Рассматривая преломление луча в атмосфере, можно мысленно разбить её на настолько тонкие слои, что в пределах каждого слоя показатель преломления можно считать однородным. Запишем закон Снелла:

$$n\cos\varphi(z) = \mathrm{const} = (1+\Delta n)\cos\theta. \qquad (1)$$

Используя закон Снелла, возможно определить траекторию луча. В общем случае уравнение, определяющее эту траекторию, оказывается сложным. Однако в нашем случае есть упрощающие обстоятельства: малость углов и линейная зависимость показателя преломления. Действительно, во-первых, углы малые, поскольку разница между показателем преломления и единицей мала, $1 - n \ll 1$. Тогда

$$n\cos\varphi \approx \big(1+(n-1)\big)\left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right) \approx 1+(n-1)-\frac{\varphi^2}{2},$$

а закон Снелла (1) можно переписать в приближённом виде

$$\frac{\varphi^2}{2} = \frac{\theta^2}{2} + (n-1) - \Delta n. \qquad (2)$$

Снова используя малость угла φ замечаем, что $\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi$, то есть

$$\varphi = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}.$$

Теперь, во-вторых, используем линейность зависимости показателя преломления от высоты и перепишем уравнение (2):

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\right)^2 + \frac{\Delta n}{3h}(z-H) = \frac{\theta^2}{2} \qquad (3)$$

Это уравнение описывает движение частицы массой 1 в гравитационном моле с ускорением свободного падения равным $\Delta n/3h$, направленным противоположно направлению оси Oz, причём роль времени играет горизонтальная координата x. Величина $\theta^2/2$ есть полная энергия системы.

Уравнение (3), напомним, применимо в области $H < z < H + h$. Если луч выходит в область $z > H + h$, то он уже не вернётся к поверхности Земли. Отсюда заключаем, что максимальный угол приходящего луча $\theta_{\max} = \sqrt{2\,\Delta n/3}$. Теперь, если $\theta < \theta_{\max}$, то максимальная высота, которую достигает траектория луча, равна

$$z_{max} - H = \frac{h}{\Delta n/3}\frac{\theta^2}{2}.$$

Горизонтальное расстояние l, которое пройдёт луч, пока проходит через верхний слой атмосферы, равно удвоенному времени свободного падения с нулевой начальной скоростью на высоту $z_{max} - H$, то есть

$$l = 2\sqrt{\frac{2(z_{max}-H)}{\Delta n/3h}} = 2\frac{h}{\Delta n/3}\theta.$$

Полное расстояние между точкой испускания луча и точкой его возвращения на поверхность Земли равно

$$X = 2\left(\frac{H}{\theta} + \frac{h}{\Delta n/3}\theta\right).$$

Минимальное расстояние соответствует минимуму выражения справа, которое достигается при

$$\theta_{\min} = \sqrt{\frac{H}{h}}\sqrt{\Delta n/3} = 0.01\text{ рад}, \qquad \text{чему соответствует} \qquad z_{\max,\min} - H = \frac{H}{2}.$$

Минимум достигается только если $H < 2h$, в нашем случае это условие выполняется. Само расстояние по горизонтали

$$X_{\min} = \frac{4\sqrt{hH}}{\sqrt{\Delta n/3}} = 80\text{ км}.$$

Исходя из зависимости показателя преломления от высоты, описано движение луча и объяснено, почему он возвращается к поверхности земли – 2 балла

Записан закон Снелла – 1 балл

Получено уравнение траектории луча (либо приведен аналогичные метод, с помощью которого можно определить расстояние, пройденное светом, и угол к горизонту) – 5 баллов

Получено расстояние между точками испускания и возвращения луча – 1 балл

Получен угол к горизонту, под которым испускается луч - 1 балл

Задача 2.

Условие (Вергелес Сергей Сергеевич) (20 баллов). Воздушный шарик накачан гелием до объёма $V_0 = 3$ л. Для того, чтобы удерживать шарик, надо прикладывать силу F_0. Полагая, что атмосфера является изотермической и давление с высотой h падает по линейному закону $P = P_0 - P'h$, где $P_0 = 10^5$ Па – атмосферное давление у поверхности Земли, а константа $P' = 12$ Па/м, найдите высоту H, до которой поднимется шарик если его отпустить.

1. Сначала решите задачу в предположении, что объём шарика не меняется при изменении внешнего давления. Численный ответ получите для $F_0 = 0.01$ Н.
2. Учтите теперь то, что при уменьшении внешнего давления P шарик увеличивается в размерах. Пусть расширение шарика определяется упрощённым законом $P_{in} - P = P_\Delta$, где P_{in} —давление внутри шарика, а константа $P_\Delta = 10^4$ Па. Удерживающая сила равна $F_0 = 0.001$ Н.

Плотность воздуха у поверхности Земли равна $\rho_0 = 1.2$ кг/м^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2 считать не меняющимся с высотой.

Решение. Сила, действующая на шарик, равна разности его веса и силы Архимеда,

$$F = -(m + M_{He})g + \rho V g \qquad (1)$$

где $\rho = (P/P_0)\rho_0$ – плотность изотермического воздуха на высоте h, а V – текущий объём шарика, M_{He} – масса гелия в шарике, m – масса его оболочки.

Сначала считаем, что шарик не изменяет своего объёма в процессе поднятия, так что $V = V_0$. Когда шарик находился у поверхности Земли, уравнение (1) сводится к

$$F_0 = -(m + M_{He})g + \rho_0 V_0 g, \qquad (2)$$

Снова возвратимся к (1), записав его для максимальной высоты H, которая определяется условием равенства нулю действующей на него полной силы F:

$$H_s = \frac{P_0 F_0}{P' \rho_0 V_0 g} = 2300 \text{ м}. \qquad (3)$$

Теперь учтём то, что шарик расширяется, поскольку на высоте давление атмосферы падает. Поскольку атмосфера предполагается изотермической, объём шарика V и давление внутри него P_{in} связаны соотношением

$$P_{in} V = P_{in,0} V_0 = \text{const}, \qquad V = V_0 + \Delta V.$$

Воспользовавшись тем, что разность давлений снаружи шарика и внутри него постоянна, $P = P_{in} - P_\Delta$, получаем, что

$$PV = (P_{in} - P_\Delta)V = P_{in,0}V_0 - P_\Delta V_0 - P_\Delta(V - V_0) = P_0 V_0 - P_\Delta \Delta V.$$

Поэтому силу (1), действующую на шарик, можно выразить через приращение объёма ΔV:

$$F = -(m + M_{He})g + \frac{\rho_0 P V}{P_0} g = F_0 - \frac{\rho_0 P_\Delta \Delta V}{P_0} g.$$

Шарик прекратит подниматься, когда действующая на него сила будет равна нулю, $F = 0$, то есть когда его объём возрастёт на

$$\Delta V = \frac{F_0 P_0}{\rho_0 P_\Delta g} = 0.8 \text{ л.} \quad \left(\text{Отметим что} \quad \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{P'}{P_\Delta} H_s, \quad \text{где теперь } H_s = 230 \text{ м} \right)$$

Теперь надо изменение объёма связать с изменением давления, которое в свою очередь даст высоту. Изменения внутреннего давления и объёма связаны между собой соотношениями

$$(V_0 + \Delta V)\, \Delta P_{in} + P_{in,0}\, \Delta V = 0, \qquad \Delta P = \Delta P_{in} = -\frac{\Delta V}{V_0 + \Delta V}(P_0 + P_\Delta) \qquad (4)$$

$$\left(\text{или} \qquad V = \frac{(P_0 + P_\Delta)V_0}{P_0 + P_\Delta - P'H}, \qquad \text{или} \qquad P = \frac{P_\Delta(m + M_{He})}{\frac{\mu_\text{в}}{\mu_\text{He}} M_{He} - (m + M_{He})} \right).$$

где $\mu_\text{в}$ и μ_He – молярные массы воздуха и гелия. Таким образом, получаем, что высота

$$H = \frac{\Delta P}{P'} = \frac{\Delta V}{V_0 + \Delta V} \frac{P_0 - P_\Delta}{P'} = \left(\frac{P_0}{P_\Delta} + 1 \right) \frac{H_s}{1 + \frac{P' H_s}{P_\Delta}} = \frac{(P_0 + P_\Delta) P_0 F_0}{P'(P_0 F_0 + P_\Delta \rho_0 V_0 g)} =$$

$$= 2000 \text{ м} \quad . \qquad (5)$$

Полученный нами ответ (5) показывает, что расширение шарика значительно повышает высоту H (в нашем случае с 230 м до 2000 м). Для обычных шариков она оказывается равной нескольким десяткам километров, при этом латексный шарик увеличивает свой объём в 10 и более раз (а резиновый это сделать не может и лопается).

Записано условие равенства нулю полной силы, действующий на не изменяющий свой объём шарик; получен ответ (вопрос 1) - 2 балла

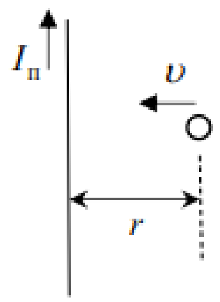
Записано условие равенства нулю полной силы, действующей на изменяющий свой объём шарик – 2 балла

Найдена зависимость плотности воздуха от высоты – 1 балл

Найдена величина изменения объёма шарика в наивысшей точке через F_0 – 2 балла
Найдена связь между изменением объёма шарика и высотой – 2 балла
Получен окончательный ответ (вопрос 2) - 1 балл

Задача 3.

Проводящее кольцо радиуса a и массы m находится на расстоянии r a от бесконечного провода по которому течет ток п I , причем провод лежит в плоскости кольца (см. рисунок). В результате толчка кольцо получило скорость υ0 , вектор которой также лежит в плоскости кольца и направлен перпендикулярно к проводу. Найти сопротивление кольца R, если известно, что к моменту своей окончательной остановки оно переместилось на Δr r . Сила тяжести отсутствует, индуктивностью кольца пренебречь.



Решение. В кольце возникнет ток I :

$$IR = -\frac{dB}{dt}\pi a^2 = -\frac{dB}{dr}\pi a^2 \upsilon = \frac{\mu_0 I_п}{2r^2} a^2 \upsilon$$

Мощность выделения тепла в кольце равна мощности силы торможения (возникающей из-за разности сил Ампера на разных сторонах кольца)

$$I^2 R = \left(\frac{\mu_0 I_п}{2r^2} a^2 \upsilon\right)^2 \frac{1}{R} = -F\upsilon \quad \Rightarrow \quad F = -k\upsilon, \;\; k = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0 I_п}{2r^2} a^2\right)^2$$

Из-за малости перемещения кольца считаем k постоянным. Из 2-ого закона Ньютона:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = -k\frac{dr}{dt} \quad \Rightarrow \quad m\upsilon_0 = -k\Delta r$$

Отсюда сопротивление кольца

$$R = \frac{|\Delta r|}{m\upsilon_0}\left(\frac{\mu_0 I_п}{2r^2} a^2\right)^2$$

Получена связь тока в кольце с изменением через него магнитного потока 3

Связаны между собой мощность, выделяющаяся в виде омического тепла в кольце, и мощность работы силы Ампера – 3

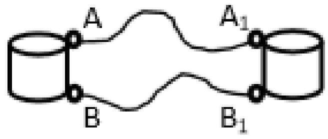
Написано уравнение Ньютона на движение кольца – 2

Получен окончательный ответ - 2

3.**Задачи для самостоятельной работы**

Задача 1.

Две одинаковых катушки соединены двумя отрезками провода длиной L = 1 м каждый (см. рисунок). Известно, что катушки намотаны тем же проводом, который использован для соединения их выводов. Определите длину этого провода в каждой из катушек, если омметр, подключенный к клеммам А и В, показывает сопротивление R_1 = 0,5455 Ом, а при его подключении к точкам А и B_1 он показывает R_2 = 0,55 Ом. Целостность схемы не нарушается.



Решение

Обозначим сопротивление катушек r, а сопротивление каждого из соединительных проводов r_1.

1) Для первого подключения омметра получаем $R_1 = \dfrac{r(r+2r_1)}{2(r+r_1)}$ <2 балла>.

2) Для второго подключения омметра $R_2 = \dfrac{r+r_1}{2}$ <2 балла>.

3) Выразив r_1 через r из второго уравнения и поставив значение в первое, получим

$r^2 - 4R_2 r + 4R_1R_2 = 0$. Решаем $r = 2R_2\left(1 \pm \sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}\right)$, $r_1 = 2R_2 - r$ <2 балла>.

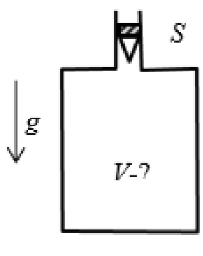
4) Решение со знаком «+» отвечает отрицательному значению r_1, поэтому исключается <1 балл>.

5) Сопротивление провода пропорционально его длине: $L_1 = Lr/r_1$ <1 балл>.

Ответ: $L_1 = \dfrac{L\left(1-\sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}} \approx 10$ м <2 балла>.

Задача 2.

Теплоизолированный сосуд был наполнен гелием при комнатной температуре и закрыт легким подвижным поршнем сечения S. Поршень взяли из холодного склада, и его нижняя поверхность была покрыта слоем намерзшего льда с температурой 0^0C. Лед частично растаял, и температура в сосуде опустилась до 0^0C – при этом поршень остался на своем месте. Определите объем сосуда.



Ускорение свободного падения g, трение отсутствует. Теплоемкостью поршня пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ. Изменение объема при плавлении льда является пренебрежимо малым эффектом.

Решение

Равновесие поршня до таяния льда $P - P_0 = mg/S$,
где P – начальное давление воздуха в сосуде, m – масса поршня и льда, P_0 – атмосферное давление.

Равновесие после плавления льда $P_1 - P_0 = (m - \Delta m) g/S$,
где Δm – масса растаявшего льда.

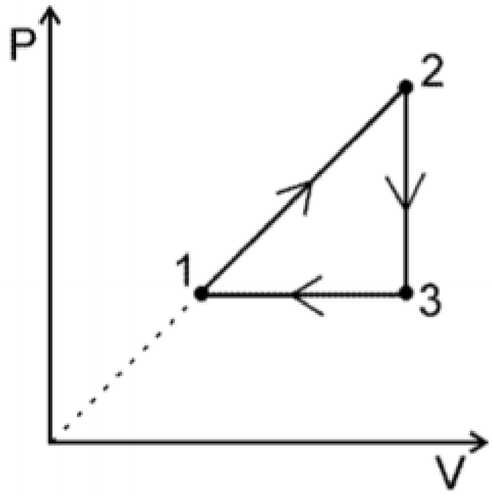
Первое начало термодинамики $3PV/2 = 3P_1V/2 + \lambda\Delta m$.

Ответ: $2\lambda S/5g$.

Задача 3

Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, показанный на рисунке, при котором зависимость давления от объема имеет вид: (1-2) -прямая, выходящая из начала координат, (2-3)-изохора, (3-1)-изобара. К.П.Д. цикла равен 20%. Температура в состоянии 1 равна 324 К, температура в состоянии 2 равна 625К. Какое количество теплоты получает газ за цикл? Ответ округлить до целых.

Решение



$$\eta = 0{,}2$$
$$T_1 = 324K$$
$$T_2 = 625K$$
$$A = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \eta Q$$

Прямая $1-2$ *проходит через начало координат* $\Rightarrow P_2 = aP_1, V_2 = aV_1 \Rightarrow T_2 = a^2 T_1$

$$Q = \frac{P_2V_2 + P_1V_1 - P_1V_2 - P_2V_1}{2\eta} = \frac{P_1V_1(a^2 + 1 - 2a)}{2\eta} = \frac{\nu RT_1\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1\right)^2}{2\eta} = \frac{\nu R\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)}{2\eta}$$

Если $\nu = 1$ моль, то

$$Q = \frac{8{,}3(25-18)^2}{2\cdot 0{,}2}\, Дж = \frac{8{,}3\cdot 49}{0{,}4}\, Дж \approx 1 кДж$$

Другое решение:

Газ получает тепло только в процессе 1->3, в котором давление P пропорционально объему V. Следовательно, $PV^{-1} = a$, где a – некоторая константа, и этот процесс является политропическим и происходит при постоянной теплоемкости C. Поэтому тепло Q, полученное газом, равно

$$Q = C(T_2 - T_1)$$

Теплоемкость процесса определяется из первого закона термодинамики:

$$\Delta U = Q - A \Longrightarrow C_V \Delta T = C\Delta T - P\Delta V$$

$$P\Delta V = aV\Delta V = \frac{1}{2}\Delta(aV^2) = \frac{1}{2}\Delta(PV) = \frac{1}{2}R\Delta T$$

$$C_V \Delta T = C\Delta T - \frac{1}{2}R\Delta T \Longrightarrow C = C_V + \frac{1}{2}R$$

Для одноатомного газа $C_V = \frac{3}{2}R \Longrightarrow C = 2R$

Ответ: $Q = 2R(T_2 - T_1) = 5$ кДж

Задача 4.

Герои романа Жюля Верна «Потерянный остров» после крушения воздушного шара оказались на необитаемом острове. У них была последняя спичка и они разожгли огонь. Однако после затопления их жилища огонь погас.

Инженер Сайрес смог опять разжечь огонь, используя линзу, сделанную из с текол от двух часов, которую он заполнил водой. Оцените, какое время понад обилось ему чтобы зажечь трут (мох), если мощность солнечного излучения равна приблизительно 700 Вт/м2, плотность мха примерно 100 кг/м3, теплое мкость 2000Дж/(кг ^{o}С), температура воспламенения около 70 ^{o}С.

Решение

Поскольку линза собирает лучи по всей своей площади и фокусирует на области, где виден световой зайчик, то мы будем считать, что площадь, с которой поступает энергия на разогрев трута составляет площадь линзы:

$$N = W\,S_{\text{л}},$$

$$S_{\text{л}} = \pi d_{\text{л}}^2/4.$$

Общая энергия, поступившая от солнца на трут в месте нагрева, будет определяться временем нагрева,

$$Q_c = N\,t = W\,S_{\text{л}}\,t.$$

Объем воспламеняемого мха можно вычислить как площадь солнечного зайчика, умноженную на толщину прогреваемого слоя:

$$V = a\,S_{\text{з}} = a\,\pi d_{\text{з}}^2/4$$

Тогда энергия, необходимая для нагрева этого объема до температуры воспламенения, будет равна

$$Q = C\,m\,\Delta T = C\,\rho\,V\,(T_{\text{в}} - T_0) = C\,\rho\,a\frac{\pi d_{\text{з}}^2}{4}(T_{\text{в}} - T_0)$$

Считаем, что часть энергии солнца была потеряна в процессе нагрева, т.е. у такого нагревателя есть КПД $\eta < 1$. Тогда

$$Q_c\,\eta = Q$$

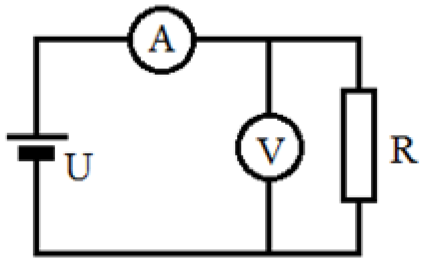
Тогда время розжига можно вычислить как

$$t = Q/(WS_{\text{л}}\,\eta) = \frac{C\,\rho\,a\frac{\pi d_{\text{з}}^2}{4}(T_{\text{в}} - T_0)}{\eta W\,\pi d_{\text{л}}^2/4} = \frac{C\,\rho\,a d_{\text{з}}^2(T_{\text{в}} - T_0)}{\eta W\,d_{\text{л}}^2}$$

Предполагая, что а $= 2$ мм, $d_{\text{л}} = 5$см , $d_{\text{з}} = 5$мм, $T_0 = 25$ и $\eta = 0{,}5$ получим:

$$t \cong 4{,}6\ \text{с}$$

Задание 5. В схеме, приведенной на рисунке, показания приборов таковы: амперметра I_1 = 1 А, вольтметра U_1 = 1 В. Напряжение источника тока U = 4 В, сопротивление резистора R = 2 Ом. Каковы будут показания приборов, если их поменять местами?



Решение

Обозначим сопротивления вольтметра R_v, сопротивление амперметра R_A, сила тока через приборы: $I_A = I_1$, вольтметр I_V, резистор I_R; напряжения на них: на амперметре U_A, на вольтметре $U_V = U1$, на резисторе U_R.

Определим напряжение на амперметре:

$$U = U_A + U_V \Rightarrow U_A = U - U_V;$$

$$U_V = U_2 \Rightarrow U_A = U - U_2;$$

$$U_A = 4 - 1 = 3\ В.$$

Используя закон Ома для участка цепи, определим сопротивление амперметра

$$R_A = \frac{U_A}{I_1};$$

$$R_A = \frac{3}{1} = 3\ Ом.$$

Из данных определяем полное сопротивление схемы

$$R_{полное} = \frac{U}{I_1};$$

$$R_{полное} = \frac{4}{1} = 4\ Ом.$$

Т.к. по схеме вольтметр и резистор соединены параллельно, а амперметр подключен к ним последовательно, то полное сопротивление цепи равно

$$R_{полное} = R_A + \frac{RR_V}{R + R_V}.$$

Определим отсюда сопротивление вольтметра

$$R_V = \frac{R(R_{полное} - R_A)}{R + R_A - R_{полное}};$$

$$R_V = \frac{2(4-3)}{2+3-4} = 2\ Ом.$$

Если поменять приборы местами, то изменятся их показания. Сначала найдем полное сопротивление новой схемы. Параллельно с резистором включен амперметр, последовательно к этому участку вольтметр, поэтому

$$R'_{полное} = R_V + \frac{RR_A}{R + R_A};$$

$$R'_{полное} = 2 + \frac{2 \cdot 3}{2+3} = \frac{16}{5}\ Ом.$$

По закону Ома можем найти силу тока через вольтметр и напряжение на вольтметре:

$$I'_V = \frac{U}{R'_{полное}};$$

$$I'_V = \frac{4}{\frac{16}{5}} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \ \ A.$$

$$U'_V = R_V \cdot I'_V;$$

$$U'_V = 2 \cdot 1{,}25 = 2{,}5 \ \ B.$$

Тогда напряжение и сила тока на амперметре равны:

$$U = U'_V + U'_A \Rightarrow U'_A = U - U'_V;$$

$$U'_A = 4 - 2{,}5 = 1{,}5 \ \ B.$$

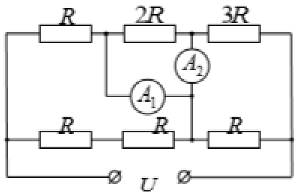
$$I'_A = \frac{U'_A}{R_A};$$

$$I'_A = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5 \ \ A.$$

§ 4. Проверочная работа

9 класс

Задача 1. В цепи, схема которой представлена на рисунке, сопротивление R = 1кОм, амперметры сопротивлений не имеют, напряжение на зажимах источника U = 220В. Значения всех сопротивлений приведены на схеме. Найти показания амперметров. Сопротивлением подв одящих проводов пренебречь.

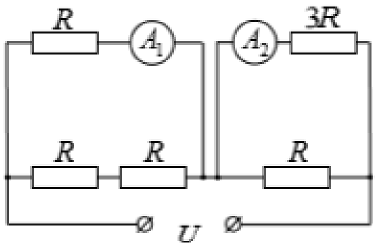


Задача 2. Точечный источник света лежит на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Расстояние от источника до центра линзы равно 2F. На какое расстояние x сместится изображение источника, если линзу повернуть на угол α так, чтобы центр линзы остался неподвижным?

Ответы и решения

Задача 1.

Решение:



Поскольку электрическое напряжение на сопротивлении $2R$ в верхнем колене цепи равно нулю, это сопротивление можно выбросить. Поэтому данная электрическая цепь эквивалентна цепи, показанной на рисунке. Сопротивление первого (из параллельных одного R и двух последовательных R) и второго (из параллельных $3R$ и R) находим по стандартным правилам

$$R_1 = \frac{2R}{3},\ R_2 = \frac{3R}{4}$$

Отношение напряжений на этих участках U_1 и U_2 равно отношению их сопротивлений (т.к. при последовательном соединении через них текут одинаковые токи). Поэтому

$$U_1 = \frac{8}{17}U,\ U_2 = \frac{9}{17}U$$

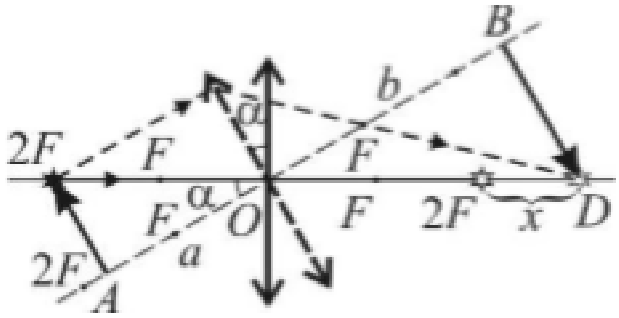
Поэтому токи через первый и второй амперметры равны

$$I_1 = \frac{8U}{17R} = 0{,}104\ \text{А},\ I_2 = \frac{3U}{17R} = 0{,}039\ \text{А}$$

Задача 2.

Решение:

Когда линза не повернута, изображение находится от нее на расстоянии, равном 2F. Ход лучей при построении изображения, даваемого повернутой линзой, приведен на рисунке штриховыми линиями. Так как один из лучей совпадает с главной оптической осью не повернутой линзы, изображение источника при повороте линзы останется на той же прямой. Введем следующие обозначения (см. рисунок): OA = a, OB=b, OD = y. Тогда x = y - 2F.



Из подобия треугольников имеем: $\frac{2F}{a}=\frac{y}{b}$, откуда $y=\frac{2bF}{a}$, причем $a=2F\cos\alpha$. Из формулы тонкой линзы следует, что $b=\frac{aF}{a-F}$. Объединяя записанные выражения, находим, что $y=\frac{2F}{2\cos\alpha-1}$.

Ответ: $x=\frac{4F(1-\cos\alpha)}{2\cos\alpha-1}$.

10 класс

Задача 1. Порция гелия участвует в следующем процессе: сначала газ совершает изотермическое расширение, получив количество теплоты Q, затем его подвергли изобарическому сжатию, совершив над ним работу A =Q /3, а затем изохорически вернули к первоначальному состоянию. Найти термодинамический КПД этого цикла и среднюю мощность двигателя, работающего по такому циклу, если весь цикл длится Δt .

Задача 2.

Когда к источнику постоянного напряжения подключили последовательно соединенные амперметр и вольтметр (левый рисунок), вольтметр показал напряжение U . Когда параллельно этому вольтметру подключили еще один такой же вольтметр (правый рисунок), вольтметры в сумме показали напряжение 12U/7. Затем параллельно этим двум вольтметрам подключают еще очень много точно таких же вольтметров. Какое напряжение они покажут в сумме? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

Ответы и решения

Задача 1.
Решение:

Поскольку изменение энергии газа в изотермическом процессе равно нулю, работа газа в этом процессе A_T равна количеству полученной им в этом процессе теплоты $A_T = Q$. В изохорическом процессе не совершается работа, поэтому работа газа за цикл равна

$$A_c = A_T - A = Q - A$$

Найдем теперь количество теплоты, полученное газом в течение цикла от нагревателя $Q_н$. Газ получал энергию от нагревателя в изотермическом (Q) и изохорическом (Q_V) процессах. А поскольку в изохорическом процессе не совершалась работа, $Q_V = \Delta U_V$, где ΔU_V - изменение внутренней энергии газа в изохорическом процессе. Поэтому

$$Q_н = Q + \Delta U_V$$

Но изменения внутренней энергии газа в изобарическом и изохорическом процессе совпадают (с точностью до знака), а изменение внутренней энергии одноатомного газа в изобарическом процессе составляет три вторых от его работы (гелий – одноатомный газ), то

$$\Delta U_V = \frac{3}{2}A$$

Отсюда получаем

$$Q_н = Q + \frac{3}{2}A$$

В результате находим коэффициент полезного действия процесса

$$\eta = \frac{A_c}{Q_н} = \frac{Q - A}{Q + \frac{3}{2}A} = \frac{2(Q - A)}{2Q + 3A}$$

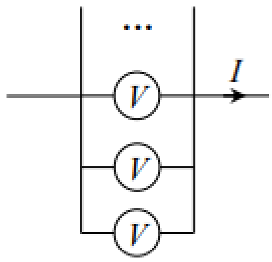
Для $A = Q/3$

$$\eta = \frac{4}{9}$$

Мощность двигателя можно найти как отношение работы за цикл к продолжительности цикла

$$N = \frac{Q - A}{\Delta t} = \frac{2Q}{3\Delta t}$$

Задача 2.
Решение:



3. Очевидно, что если в проводник, по которому течет ток I, включены соединенные последовательно какое-то количество одинаковых вольтметров, то сумма показаний всех вольтметров равна произведению тока I на сопротивление одного вольтметра. Действительно, пусть имеется цепь, содержащая n вольтметров, показанная на рисунке справа. Тогда поскольку вольтметры одинаковы, через каждый течет ток I/n, показания каждого (а вольтметр показывает напряжение на самом себе) равны $U_1 = IR/n$ (R - сопротивление вольтметра), а сумма показаний вольтметров равна

$$nU_1 = IR$$

Построим теперь формулу для напряжения одного, суммы напряжений двух или большого количества вольтметров. Когда в цепь включен один вольтметр (левый рисунок в условии задачи), его показания U можно найти по закону Ома для данного участка цепи

$$I = \frac{U_0}{R+r} \quad \Rightarrow \quad U = IR = \frac{U_0 R}{R+r} \qquad (*)$$

(U_0 - напряжение источника, R - сопротивление одного вольтметра, r - сопротивление амперметра). Когда в цепь включены два вольтметра (правый рисунок условия задачи), сумму показаний вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{(R/2)+r} = \frac{2U_0}{R+2r} \quad \Rightarrow \quad \frac{12}{7}U = IR = \frac{2U_0 R}{R+2r} \qquad (**)$$

Если в цепь включены очень много вольтметров n, то сумму показаний всех вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{(R/n)+r} = \frac{nU_0}{R+nr} \approx \frac{U_0}{r} \quad \Rightarrow \quad U_\Sigma = IR = \frac{U_0 R}{r} \qquad (***)$$

Таким образом, для нахождения суммы показаний большого количества вольтметров нужно знать величину $U_0 R/r$. Найдем ее из формул (*), (**). «Переворачивая» эти формулы, получим

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_0} + \frac{r}{U_0 R}$$

$$\frac{7}{12U} = \frac{1}{2U_0} + \frac{r}{U_0 R}$$

Умножая теперь первое уравнение системы на ½ и вычитая первое уравнение из второго, получим

$$\frac{r}{U_0 R} = \frac{1}{6U}$$

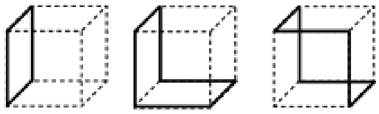
И из формулы (***) заключаем, что сумма показаний большого количества вольтметров, включенных в нашу цепь, будет равна

$$U_\Sigma = 6U$$

11 класс

Задача 1. В некотором тепловом процессе объем одноатомного идеального газа зависит от температуры по закону $V = T\alpha^{-(5/2)}$, где α - известная постоянная. Найти молярную теплоемкость газа в этом процессе. Получает или отдает газ теплоту, если его объем возрастает?

Задача 2. Виток тонкого провода, изогнутого вдоль четырех ребер куба (рис. 1), обладает индуктивностью L1 . Виток провода, изогнутого вдоль шести ребер того же куба (рис. 2), обладает индуктивностью L2 . Найти индуктивность витка провода, изогнутого вдоль шести ребер того же куба так, как это показано на рисунке 3.



1 2 3

Ответы и решения

Задача 1.

Решение:

2. Пусть газ получает в рассматриваемом процессе малое количество теплоты δQ, а изменение температуры газа составило ΔT (обе эти величины являются алгебраическими, могут быть как положительными, так и отрицательными). Первый закон термодинамики для рассматриваемого процесса дает

$$\delta Q = \Delta U + \delta A$$

Поскольку в рассматриваемом процессе давление практически не изменилось, работу газа можно найти как $\delta A = p\Delta V$, где ΔV - изменение объема в рассматриваемом процессе, p - давление в рассматриваемом состоянии. Поэтому

$$\delta Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V \qquad (*)$$

Изменение объема газа ΔV можно найти из зависимости $V(T)$, давление газа p – из закона Клапейрона-Менделеева

$$\Delta V = \frac{dV}{dT}\Delta T = -\frac{5}{2}\alpha T^{-(7/2)}\Delta T\,, \qquad p = \frac{\nu RT}{V}$$

Поэтому из (*) получаем связь количество теплоты и изменения температуры в рассматриваемом процесс

$$\delta Q = -\nu R\Delta T$$

И, следовательно, молярную теплоемкость

$$C = \frac{\delta Q}{\quad} = -R$$

(от α молярная теплоемкость не зависит). Теплоемкость газа оказалась отрицательной, что означает, что процесс лежит «между» изотермой и адиабатой. Если объем газа возрастает, то, как следует из связи давления и температуры, температура газа уменьшается - $\Delta T < 0$, и, следовательно, газ получает теплоту.

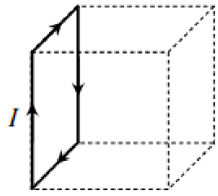
Критерии оценки задачи

1. Использовано правильное определение теплоемкости – 0,5 балла,

2. Для рассматриваемого процесса правильно использовано первое начало термодинамики – 0,5 балла,
3. Правильный ответ для теплоемкости газа – 0,5 балла,
4. Правильный ответ на вопрос о том, получает или отдает газ тепло при увеличении его объема – 0,5 балла

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

Задача 2.
Решение:

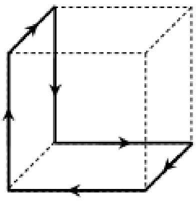


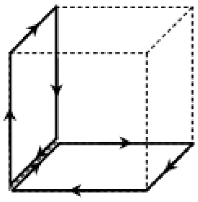
1

5. Поскольку индуктивность витка, показанного на рисунке 1, равна L_1, то при пропускании через такой виток тока I он будет создавать сам через себя поток магнитной индукции

$$\Phi_1 = L_1 I \,. \qquad (*)$$

Рассмотрим теперь цепь, показанную на рисунке 2. С одной стороны, поскольку ее индуктивность равна L_2, поток вектора магнитной индукции ее собственного тока через нее при пропускании через нее тока I равен


2


3

$$\Phi_2 = L_2 I \qquad (**)$$

С другой стороны, эту цепь можно заменить эквивалентной цепью (рис. 3), которая содержит два лишних провода, но создает абсолютно такое же магнитное поле как и цепь, показанная на рисунке 3. Последнее связано с тем, что по этим двум проводам текут противоположно направленные токи, поэтому с точки зрения создания магнитного поля цепи, показанные на рисунках 2 и 3, одинаковы. А поток собственного магнитного поля такой цепи через нее саму можно найти как суму потоков поля двух контуров, как на рисунке 1 через них самих, и сумму двух потоков поля таких контуров через расположенный рядом в перпендикулярной плоскости контур такой же площади

$$\Phi_2 = 2\Phi_1 + 2\Phi_{12}$$

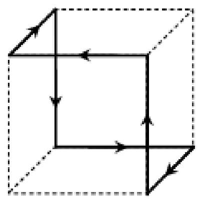
где Φ_{12} - поток магнитного поля квадратного контура через квадратный контур такой же площади, расположенный рядом с ним. Отсюда и формул (*) и (**) находим

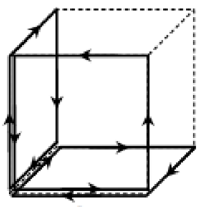
$$\Phi_{12} = \left(\frac{L_2}{2} - L_1\right) I \qquad (***)$$

Рассмотрим теперь контур, показанный на рисунке 4. С одной стороны при пропускании через него тока I поток собственного магнитного поля через него самого равен

$$\Phi_3 = L_3 I \qquad (4*)$$

где L_3 - индуктивность этого контура. С другой стороны эту цепь можно заменить эквивалентной цепью, содержащей 6 дополнительных проводов, по которым текут противоположно направленные токи, и которая состоит из трех квадратных контуров как на рисунке 1. Поток собственного магнитного поля через такую цепь равен трем потокам поля квадратного контура через сам себя и шести потокам поля квадратного контура через квадратный контур такой же площади, расположенный рядом с ним. Т.е.


4


5

$$\Phi_3 = 3\Phi_1 + 6\Phi_{12}$$

Поэтому используя формулы (*), (***) и (4*), получим

$$L_3 I = 3L_1 I + 6\left(\frac{L_2}{2} - L_1\right) I$$

Отсюда

$$L_3 = 3\left(L_2 - L_1\right)$$

Заключение

Что нужно, чтобы решать олимпиадные задачи по физике?

1. Знание теоретических основ (определения, законы, физические понятия).
2. Знание основных приемов и методов решения физических задач.
3. Озарение.

Первому и второму можно и нужно учиться. Третьему научиться го-раздо труднее, это приходит только с опытом. Однако наличие первых двух пунктов существенно увеличивает вероятность «озарения».

Решить физическую задачу- означает восстановить неизвестные свя-зи параметров и величин заданного физического явления. Любое решение физической задачи предполагает обязательные этапы: физический – он заключается в анализе процесса или явления и составления замкнутой сис-темы уравнений; математический – получение решения этой системы в общем и числовом виде; заключительный – анализ решения с физической точки зрения. Следовательно, решение физических задач любой сложности требует глубоких практических знаний всех разделов математики. Анализ олимпиадных работ учащихся показывает, что школьники делают много ошибок в математических вычислениях. Баллы теряются на этапе математического расчета в задаче, даже если физический процесс описан верно.

Список литературы

1. Алешкевич В.А., Грачев А.В., Грибов В.А. Задачи вступительных экзаменов и олимпиад по физике в МГУ в 2000. Изд-во физического факультета МГУ, 2000.
2. Баканина Л.П., Белонучкин В.Е., Козел С.М. Сборник задач по физике для 10-11 классов с углубленным изучением физики /Под редакцией С.М.Козелла, М.: Вербум 2003.
3. Буздин А.И., Зильберман А.Р., Кротов С.С. Раз задача, два задача… – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 240 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 81)
4. Всероссийские олимпиады по физике. 1992-2004 / Науч. редакторы: С.М.Козел, В.П.Слободянин. - М.: Вербум, 2005.
5. Гурский И.П. Элементарная физика с примерами решения задач. М.: Наука, 1984.
6. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986 – 2005. Приложение: олимпиады 2006 и 2007: Под ред. М. В. Семёнова, А. А. Якуты - 2-е изд., испр. и доп. - М.: МЦНМО, 2007.
7. Задачи по физике / Под редакцией О.Я.Савченко. - Новосибирск; Новосибирский государственный университет. 2008.
8. Кабардин О.Ф., Орлов В.А. Международные физические олимпиады школьников / Под редакцией В.Г.Разумовского. - М.: Наука, 1985.
9. Кондратьев А.С., Бутиков Е.И., Быков А.А. Физика в примерах и задачах. Издательство МЦНМО, 2008.
10. Кондратьев А.С., Уздин В.М. Физика. Сборник задач. - М.: Физматлит, 2005.
11. Манида С.Н. Физика. Решение задач повышенной сложности. - Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2004.
12. Пинский А.А. Задачи по физике. - М.: Наука, 2004.
13. Савченко Н.Е. Решение задач по физике. Минск: Высш. шк., 1988.
14. Сборник задач по элементарной физике/ Б.Б. Буховцев, В.Д. Кривченков, Г.Я. Мякишев, И.М. Сараева. М.: Наука, 1974.
15. Слободецкий И.Ш., Орлов В.А. Всесоюзные олимпиады по физике: Пособие для учащихся. - М.: Просвещение, 1982.
16. Черноуцан А.И. Физика. Задачи с ответами и решениями. - М.: Высшая школа, 2008.