Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«АРМАВИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт прикладной информатики, математики и физики
Кафедра математики, физики и методики их преподавания

Методы решения олимпиадных задач по физике (Часть 2)

Составители: доцент кафедры математики, физики и МП, Немых О.А.,
доцент кафедры математики, физики и МП, Шермадина Н.А.

Армавир, 2021

Содержание

§1. Теоретический материал и методические рекомендации для подготовки к решению олимпиадных задач по физике

КИНЕМАТИКА

Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем и окончательно сформулированы английским физиком И. Ньютоном.

Механика Галилея и Ньютона называется ***классической****, т. к. она рассматривает движение макроскопических тел со скоростями, которые значительно меньше скорости света в вакууме*. Движение тел со скоростями, близкими к скорости света, рассматривает ***релятивистская механика***, другое её название – ***специальная теория относительности***. Рассмотрением движения элементарных частиц занимается ***квантовая механика***.

1.1.1. Механика (от греч. *mechanike* – орудие, сооружение) – *часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.*

1.1.2. Механическое движение – *это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.*

1.1.3. Кинематика (от греч. *kinema* – движение) – *раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил.*

1.1.4. Материальная точка – это тело, размерами которого, при рассмотрении данной задачи, можно пренебречь.

1.1.5. Абсолютно твердым телом называют *тело, деформацией которого можно пренебречь в условиях данной задачи* (*хотя абсолютно твердых тел в природе не существует*).

1.1.6. Система отсчета – *совокупность системы координат и часов, связанных с телом, относительно которого изучается движение.* Для описания движения практически приходится связывать с телом отсчета ***систему координат*** (декартова, сферическая, и т. д.).

1.1.7. Положение материальной точки в пространстве задается с помощью **радиус-вектора** точки $\vec{r}$ (рис. 1.1):

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты); x, y, z – координаты точки.

1.1.8. Вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ есть приращение $\vec{r}_1$ за время Δt (рис. 1.2):

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}.$$

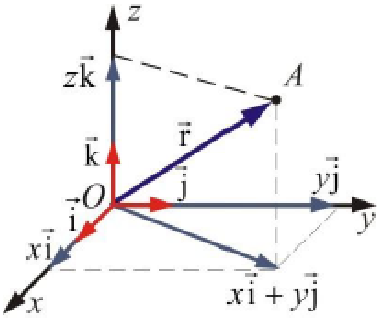


Рис. 1.1

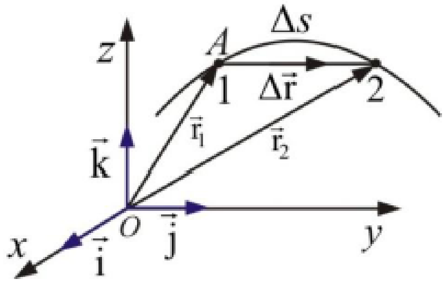


Рис. 1.2

1.1.9. Модуль вектора перемещения – это длина пройденного отрезка:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}.$$

Модуль перемещения совпадает с *пройденным путём* в том и только в том случае, если при движении направление перемещения не изменяется.

1.1.10. Скорость – векторная величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения материальной точки в пространстве относительно выбранной системы отсчёта.

- **Средняя скорость материальной точки** – это отношение вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ ко времени Δt, за которое это перемещение произошло (рис.1.3):

$$\langle \vec{\upsilon} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

- **Мгновенная скорость** $\vec{\upsilon}$ материальной точки – это вектор скорости в данный момент времени, равный первой производной от $\vec{r}$ по времени и направленный по касательной к траектории в данной точке в сторону движения (рис.1.3):

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \upsilon_x\vec{i} + \upsilon_y\vec{j} + \upsilon_z\vec{k},$$

где $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$; $\upsilon_y = \frac{dy}{dt}$; $\upsilon_z = \frac{dz}{dt}$ – проекции скорости υ на оси координат.

- **Модуль скорости**: $\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}$.

1.1.11. Ускорение – векторная величина, показывающая, насколько изменяется вектор скорости точки (тела) при её движении за единицу времени.

- **Среднее ускорение материальной точки** – быстрота изменения скорости по времени и направлению (рис. 1.4).

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

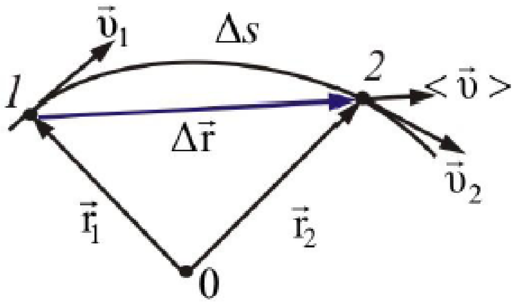


Рис.1.3

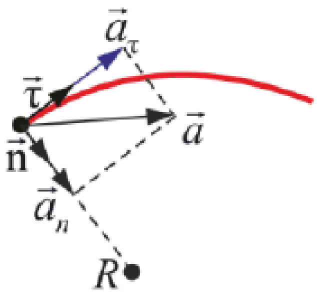


Рис.1.4

- **Мгновенное ускорение** (предел, к которому стремится среднее ускорение за бесконечно малый промежуток времени):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где $a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt}$; $a_y = \dfrac{d\upsilon_y}{dt}$; $a_z = \dfrac{d\upsilon_z}{dt}$ – проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

- **Модуль ускорения**: $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

1.1.12. Полное ускорение при криволинейном движении (рис.1.4):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; \qquad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\text{, где}$$

- $\vec{a}_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}$ – ***тангенциальная составляющая*** ускорения;
- $|\vec{a}_n| = a_n = \dfrac{\upsilon^2}{r}$ – ***нормальная составляющая*** ускорения;
- r – ***радиус кривизны*** траектории в данной точке – радиус такой окружности, которая сливается с кривой в данной точке на бесконечно малом её участке.

1.1.13. Кинематическое уравнение прямолинейного равномерного движения вдоль оси x:

$$x = x_0 + \upsilon t\,.$$

1.1.14. . Путь s **и скорость** υ для равнопеременного движения с начальной скоростью υ_0:

$$s = s_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$\upsilon = \upsilon_0 + at\,.$$

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

1.2.3. Принцип суперпозиции сил: если на материальную точку действует несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2 \ldots \vec{F}_n$, то результирующую силу можно найти по правилу сложения векторов:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

1.2.4. Масса тела – мера инертности тела. Всякое тело оказывает сопротивление при попытках привести его в движение или изменить модуль или направление его скорости. Это свойство называется **инертность.**

1.2.5. Импульс $\vec{p}$ (количество движения) – это произведение массы m тела на его скорость υ:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon} .$$

1.2.6. Первый закон Ньютона: Всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её (его) изменить это состояние.

1.2.7. Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки): скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе (рис. 1.11):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \text{или} \quad m\vec{a} = \vec{F} .$$

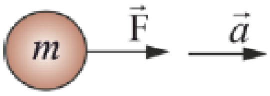


Рис. 1.11

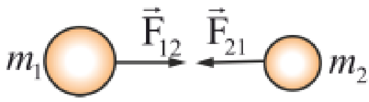


Рис. 1.12

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки:

$$m\vec{a}_\tau = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{F}_\tau \quad \text{и} \quad m\vec{a}_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R = \vec{F}_n .$$

1.2.8. Третий закон Ньютона: силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению (рис. 1.12):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} .$$

1.2.9. Закон сохранения импульса для замкнутой системы: импульс замкнутой системы не изменяется во времени (рис. 1.13):

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const},$$

где n – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

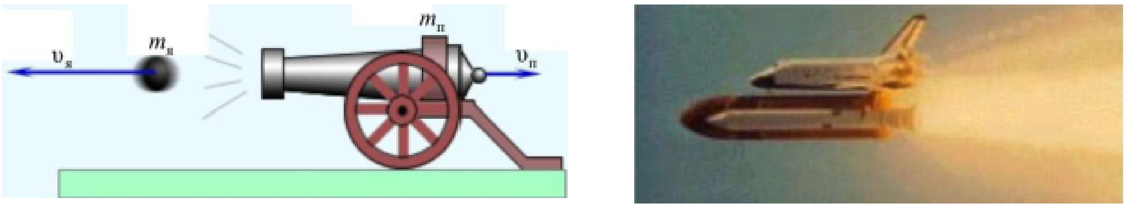


Рис. 1.13

Закон сохранения импульса не является следствие законов Ньютона, а является *фундаментальным законом природы*, не знающим исключений, и является следствием однородности пространства.

1.2.10. Основное уравнение динамики поступательного движения системы тел:

$$\vec{\mathrm{F}} = m\vec{a}_C,$$

где $\vec{a}_C$ – ускорение центра инерции системы; $m = \sum\limits_{i=1}^{n} m_i$ – общая масса системы из n материальных точек.

1.2.11. Центр масс системы материальных точек (рис. 1.14, 1.15):

$$\vec{\mathrm{r}}_C = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} r_i m_i\ .$$

Закон движения центра масс: центр масс системы двигается, как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует сила, равная векторной сумме всех сил, действующих на систему.

1.2.12. Импульс системы тел:

$$\vec{\mathrm{p}} = m\vec{\upsilon}_C,$$

где $\vec{\upsilon}_C = \dfrac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{r}}_C}{\mathrm{d}t}$ – скорость центра инерции системы.

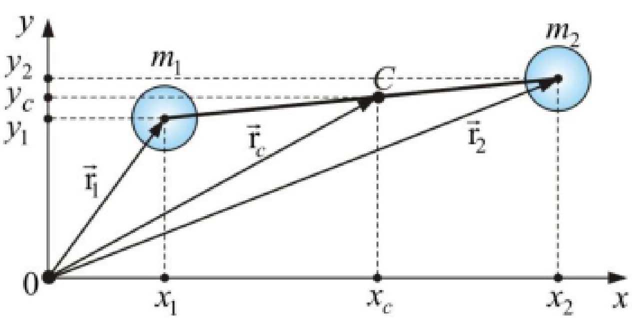


Рис. 1.14

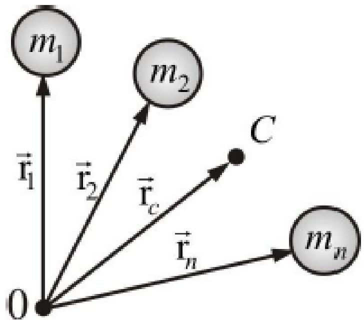


Рис. 1.15

1.2.13. Теорема о движении центра масс: если система находится во внешнем стационарном однородном поле сил, то *никакими действия* *ми внутри системы невозможно изменить движение центра масс системы*:

$$\vec{a}_C = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i\text{ внеш}}.$$

1.3. Силы в механике

1.3.1. Связь веса тела $\vec{P}$ с силой тяжести и реакцией опоры $\vec{R}$:

$$\vec{P} = m\vec{g} = -\vec{R},$$

$\vec{g}$ – ускорение свободного падения (рис. 1.16).

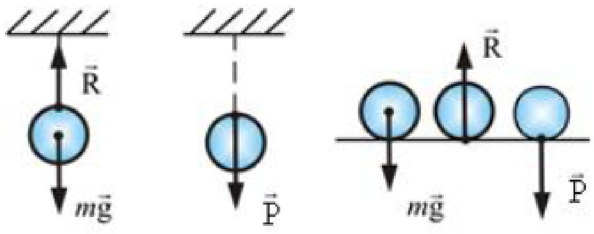


Рис. 1.16

Невесомость – состояние, при котором вес тела равен нулю. В гравитационном поле невесомость возникает при движении тела только под действием силы тяжести. Если $a = g$, то $P = 0$.

1.3.2. Соотношение между весом, силой тяжести и ускорением:

$$P = m(g \pm a).$$

1.3.3. Сила трения скольжения (рис. 1.17):

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

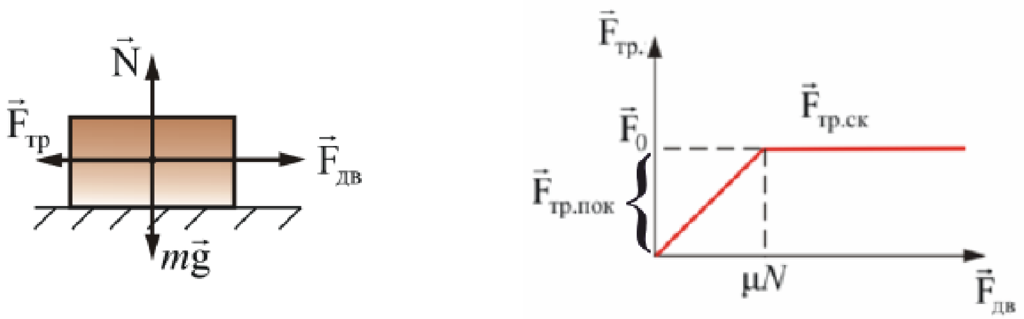


Рис. 1.17

1.3.4. Сила трения качения (рис. 1.18):

$$F_{\text{тр}} = \frac{\mu_k N}{r},$$

где μ_k – коэффициент трения качения; r – радиус катящегося тела.

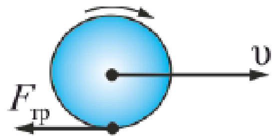


Рис. 1.18

1.3.5. Основные соотношения для тела на наклонной плоскости (рис. 1.19).**:**

- *сила трения*: $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$;
- *равнодействующая сила*: $F = mg\sin\alpha$;
- *скатывающая сила*: $F_{ск} = ma = F - F_{тр}$;
- *ускорение*: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

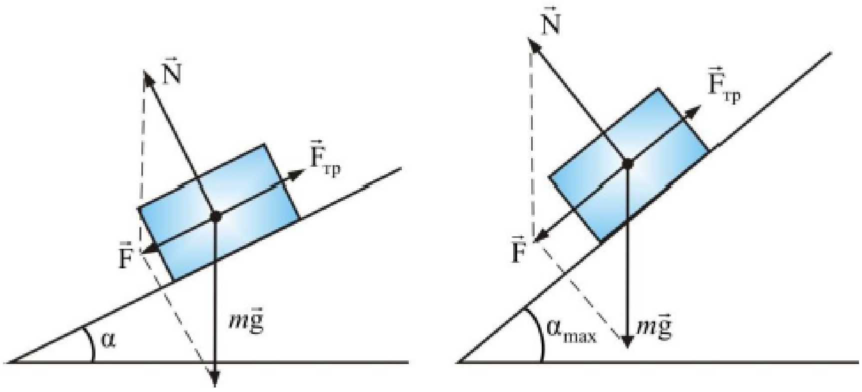


Рис. 1.19

1.3.6. Закон Гука для пружины: удлинение пружины x пропорционально силе упругости или внешней силе:

$$F_{упр} = -kx,$$

где k – жесткость пружины.

1.3.7. Работа, совершённая пружиной:

$$A = -\frac{kx^2}{2}.$$

ЭНЕРГИЯ. РАБОТА. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

1.5.1. Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия всех видов материи.

1.5.2. Кинетическая энергия – функция состояния системы, определяемая только скоростью её движения:

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела – скалярная физическая величина, равная половине произведения массы m тела на квадрат его скорости.

1.5.3. Теорема об изменении кинетической энергии. Работа равнодействующих сил, приложенная к телу, равна изменению кинетической энергии тела, или, другими словами, *изменение кинетической энергии тела равно работе A всех сил, действующих на тело.*

$$\Delta E_к = A.$$

1.5.4. Связь кинетической энергии с импульсом:

$$E_к = \frac{p^2}{2m}.$$

1.5.5. Работа силы – количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами. Работа в механике $A = \vec{F}\vec{l} = Fl\cos\beta$.

1.5.6. Работа постоянной силы:

Если тело двигается прямолинейно и на него воздействует постоянная сила F, которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения (рис. 1.28), то работа этой силы определяется по формуле:

$$A = F\Delta r \cdot \cos\beta,$$

где F – модуль силы, Δr – модуль перемещения точки приложения силы, β – угол между направлением силы и перемещения.

Если $\beta < \pi/2$, то работа силы положительна. Если $\beta > \pi/2$, то работа силы отрицательна. При $\beta = \pi/2$ (сила направлена перпендикулярно перемещению), то работа силы равна нулю.

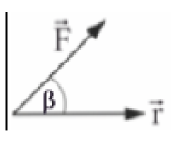


Рис. 1.28

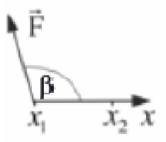


Рис. 1.29

Работа постоянной силы F при перемещении вдоль оси x на расстояние $\Delta x = x_2 - x_1$ (рис. 1.29) равна проекции силы $F_x = F\cos\beta$ на эту ось умноженной на перемещение Δx:

$$A = F\Delta x\cos\beta.$$

1.5.20. Закон сохранения механической энергии (для замкнутой системы): полная механическая энергия консервативной системы материальных точек остается постоянной:

$$E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = E = \text{const}.$$

1.5.21. Закон сохранения импульса для замкнутой системы тел:

$$\vec{p} = \sum_{i=1} m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const}$$

1.5.22. Закон сохранения механической энергии и импульса при абсолютно упругом центральном ударе (рис. 1.34):

$$\begin{cases} \dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \dfrac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \dfrac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \dfrac{m_2\upsilon_2'^2}{2}, \\ m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon'_1 + m_2\upsilon'_2, \end{cases}$$

где m_1 и m_2 – массы тел; υ_1 и υ_2 – скорости тел до удара.

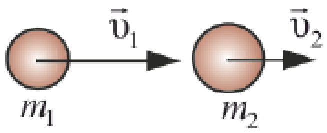


Рис. 1.34

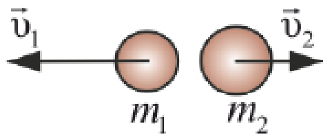


Рис. 1.35

1.5.23. Скорости тел после абсолютно упругого удара (рис. 1.35):

$$\upsilon'_1 = \frac{2m_2\upsilon_2 + (m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2}; \quad \upsilon'_2 = \frac{2m_1\upsilon_1 + (m_2 - m_1)\upsilon_2}{m_1 + m_2}.$$

1.5.24. Скорость движения тел после абсолютно неупругого центрального удара (рис. 1.36):

$$\upsilon = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}.$$

1.5.25. Закон сохранения импульса при движении ракеты (рис.1.37):

$$m_{\text{р}}\upsilon_{\text{р}} = m_{\text{г}}\upsilon_{\text{г}},$$

где $m_{\text{р}}$ и $\upsilon_{\text{р}}$ – масса и скорость ракеты; $m_{\text{г}}$ и $\upsilon_{\text{г}}$ – масса и скорость выбрасываемых газов.

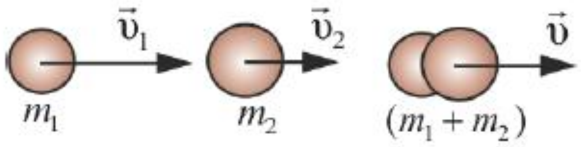


Рис. 1.36

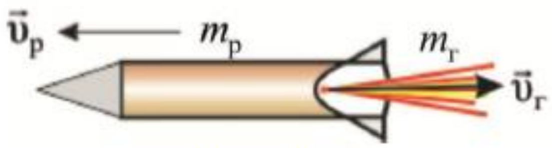


Рис. 1.37

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

1.9.1. Давление жидкости на дно и стенки сосуда:

$$P = \frac{F}{S},$$

где F – сила, действующая на поверхность S.

1.9.2. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости (рис. 1.55, 1.56):

$$S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2 \quad \text{или} \quad S\upsilon = \text{const}.$$

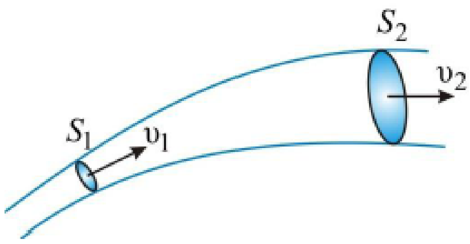


Рис. 1.55

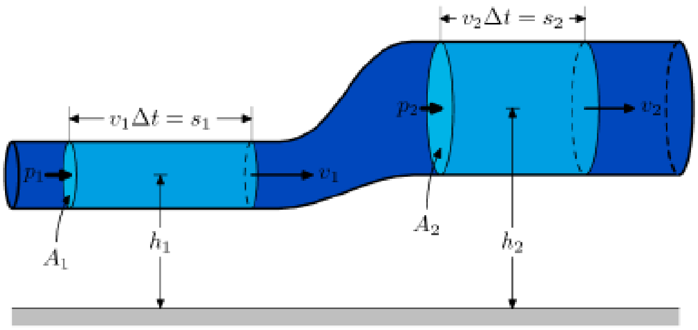


Рис. 1.56

1.9.3. Уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + P = \text{const},$$

где ρ – плотность жидкости; h – высота, на которой расположено сечение; P – статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока.

1.9.5. Закон сообщающихся сосудов: в сообщающихся сосудах уровни однородных жидкостей, считая от наиболее близкой к поверхности земли точки (рис. 1.60), равны:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

1.9.6. Давление столба жидкости на глубине h:

$$P = P_0 + \rho g h.$$

В сообщающихся сосудах, заполненных разнородными жидкостями с плотностью ρ_1 и ρ_2, давления жидкостей на одном уровне одинаковы (рис. 1.60):

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 .$$

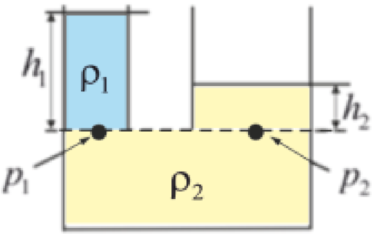


Рис. 1.60

1.9.7. Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости:

$$F_A = \rho g V ,$$

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

1.9.8. Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$\upsilon = \sqrt{2gh} ,$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

2.1.1. Моль – единица измерения количества вещества, находящегося в газообразном, жидком или твердом состоянии.

2.1.2. Количество вещества – физическая величина, характеризующая количество однотипных структурных единиц, содержащихся в веществе. Под структурными единицами понимаются любые частицы, из которых состоит вещество (атомы, молекулы, ионы, электроны или любые другие частицы).

2.1.3. Молярная масса вещества – масса одного моль вещества:

$$\mu = A m_{\text{ед}} N_{\text{А}} \text{ или } \mu = \frac{m}{\nu}; \text{ для смеси газов: } \mu = \frac{\sum m_i}{\sum \nu_i} .$$

Для отдельных химических элементов молярной массой является масса одного моля отдельных атомов этого элемента. В этом случае молярная масса элемента, выраженная в г/моль, численно совпадает с массой атома элемента, выраженной в атомной единице массы.

2.1.5. Атомная масса – значение массы атома, выраженное в атомных единицах массы. Находится как отношение массы данного элемента m_A к 1/12 массы изотопа углерода C^{12}:

$$m_A = Am_{ед}.$$

2.1.6. Число Авагадро – число частиц в киломоле любого вещества:

$$N_A = 1/m_{ед} = 6{,}022 \cdot 10^{26}\text{кмоль}^{-1} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\text{моль}^{-1}.$$

2.1.7. Число Лошмидта – число молекул идеального газа, содержащихся в 1 м^3 при нормальных условиях ($P_0 = 10^5$ Па; $T_0 = 273{,}15$ К):

$$N_L = \frac{P_0}{kT_0} = 2{,}68 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}.$$

2.1.8. Универсальная газовая постоянная – это величина, численно равная работе расширения одного моля идеального одноатомного газа в изобарном процессе при увеличении температуры на 1 К:

$$R = kN_A = 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж$\cdot$К$^{-1}$ – постоянная Больцмана.

2.1.9. Концентрация частиц – физическая величина, равная отношению числа частиц N к объему V, в котором они находятся:

$$n = \frac{N}{V}.$$

2.1.10. Давление на поверхность – физическая величина, характеризующая состояние сплошной среды и численно равная силе F, действующей на единицу площади S поверхности перпендикулярно этой поверхности (рис. 2.1, 2.2).

$$P = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

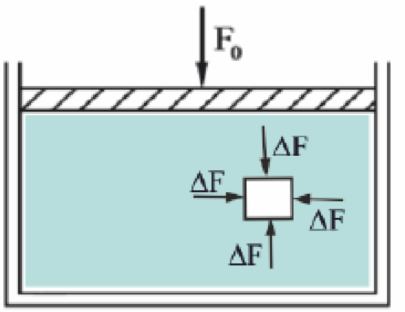


Рис. 2.1

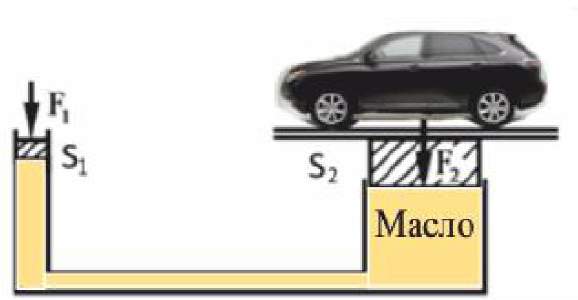


Рис. 2.2

2.1.11. Давление газа на стенку сосуда – это следствие столкновения газовых молекул со стенками сосуда:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} n m_0 \upsilon_x{}^2 = \frac{2}{3} n < E_k >,$$

где υ_x^2 – среднеквадратичная скорость молекул $< \upsilon_x^2 >$; m_0 – масса одной молекулы.

2.1.12. Закон Паскаля: если к некоторой части поверхности, ограничивающей газ или жидкость, приложено давление P_0, то оно одинаково передается любой части этой поверхности.

Следствием закона Паскаля является то, что на одинаковой глубине давление жидкостей или газа одинаково действует во всех направлениях.

2.1.13. Гидравлический домкрат – устройство для подъема тяжестей, работа которого основана на законе Паскаля (рис. 2.2).

Соотношение для домкрата:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Используя домкрат для подъема автомобиля достаточно давить на малый поршень площадью S_1 с силой, составляющей лишь 1 % веса автомобиля.

2.1.14. Основное уравнение МКТ:

$$P = \frac{2}{3} n < E_k > = nkT,$$

где $< E_k >$ – средняя энергия одной молекулы; n – концентрация молекул.

2.1.15. Абсолютная температура – это мера кинетической энергии теплового движения частиц идеального газа:

$$T = \frac{m_0 < \upsilon^2 >}{3k}.$$

2.1.16. Температурные шкалы – шкалы, градуированные в единицах температуры. Температурные шкалы различаются в зависимости от начальной точки отсчета и величины градуса (рис. 2.3).

2.1.17. Шкала сравнения температур различных источников изображена на рис.2.4:

2.1.18. Идеальный газ – это газ, для которого:

- радиус взаимодействия молекул газа меньше среднего расстояния между ними (молекулы взаимодействуют только при столкновении);
- столкновение молекул между собой и со стенками сосуда – абсолютно упругие (выполняются законы сохранения энергии и импульса);
- объем всех молекул газа много меньше объема, занятого газом.

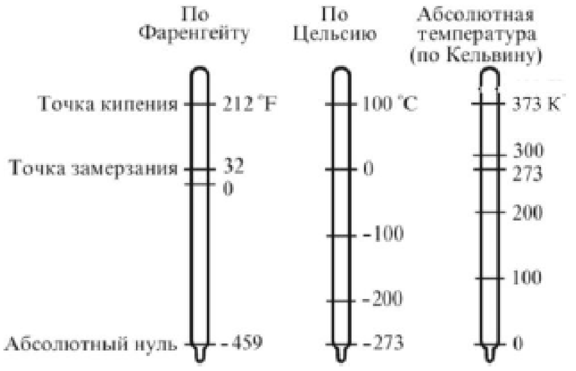


Рис. 2.3

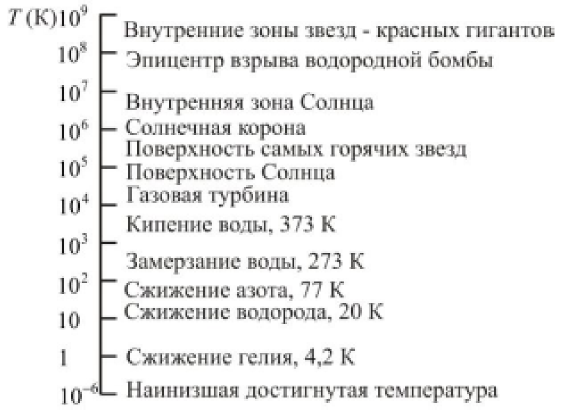


Рис. 2.4.

2.1.19. Законы идеальных газов:

1. ***Изохорический процесс*** – *процесс, протекающий при* ***постоянном объёме*** V (рис. 2.5).

Закон Шарля: *при постоянном объёме и неизменных значениях массы газа и его молярной массы, отношение давления газа к его абсолютной температуре остаётся постоянным*:

$$P/T = \text{const}.$$

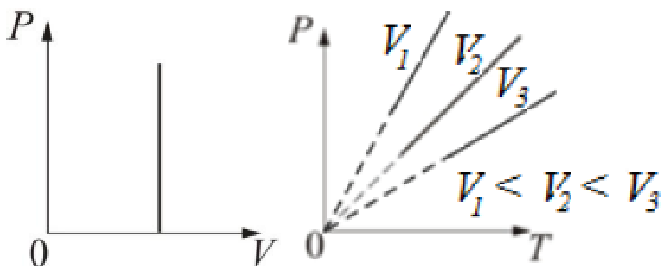


Рис. 2.5

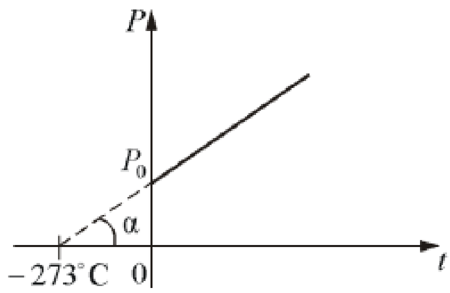


Рис. 2.6

Если температура газа выражена в градусах Цельсия, то уравнение изохорического процесса записывается в виде (рис. 2.6):

$$P = P_0(1 + \alpha t),$$

где P_0 – давление при 0°С, $\alpha = 1/273$ град$^{-1}$ – температурный коэффициент.

2. ***Изобарический процесс*** – *процесс, протекающий при* ***постоянном давлении*** (рис. 2.7).

Закон Гей-Люссака: *при постоянном давлении и неизменных значениях массы и газа и его молярной массы, отношение объёма газа к его абсолютной температуре остаётся постоянным*

$$V/T = \text{const}.$$

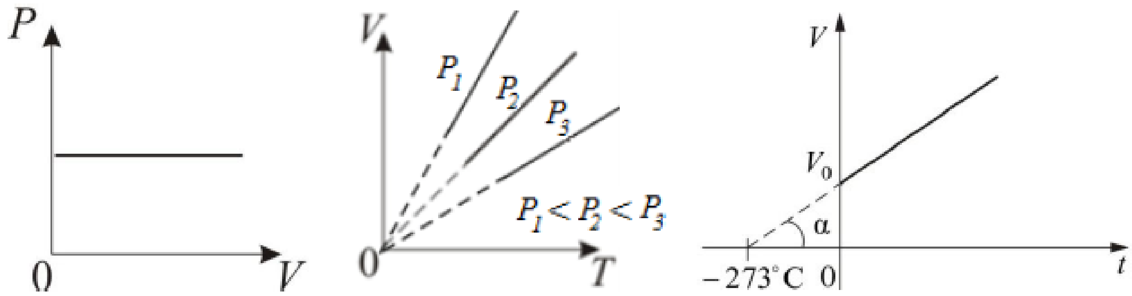


Рис. 2.7

3. ***Изотермический процесс*** – *процесс, протекающий при* ***постоянной температуре*** *T* (рис. 2.8, 2.9).

Закон Бойля – Мариотта: *при постоянной температуре и неизменных значениях массы газа и его молярной массы, произведение объёма газа на его давление остаётся постоянным:* $PV = \mathrm{const}$.

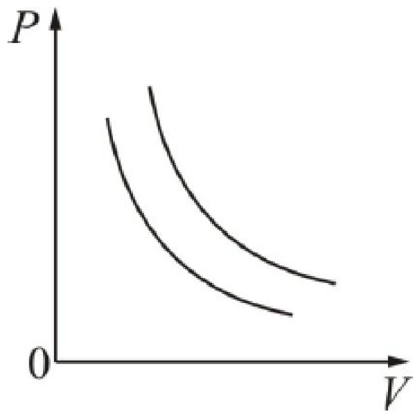


Рис. 2.8.

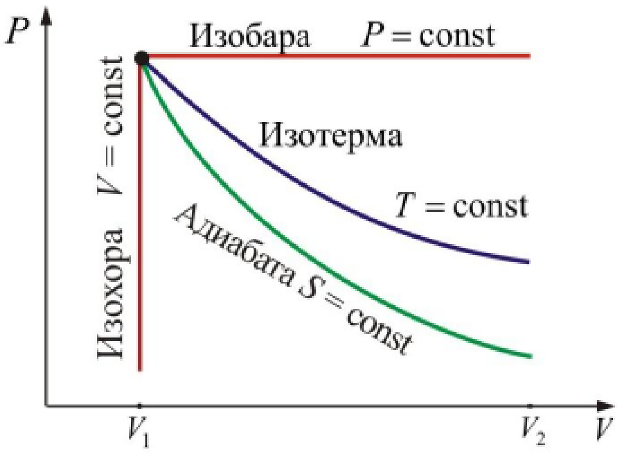


Рис. 2.9.

4. ***Адиабатический процесс*** (*изоэнтропийный* ($\Delta S = 0$, $S = \mathrm{const}$)):

Адиабатический процесс – термодинамический процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой (рис 2.9).

Уравнение адиабаты: $V^{\gamma} P = \mathrm{const}$, где γ – показатель адиабаты.

5. ***Политропический процесс*** – *процесс, при котором теплоёмкость газа остаётся постоянной.* Политропический процесс – общий случай всех перечисленных выше процессов.

6. ***Закон Авогадро***: *моли любых газов, при одинаковых температуре и давлении, занимают одинаковые объемы.* При нормальных условиях объем моля равен:

$$V_\mu = 22{,}41 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3/\text{моль}.$$

Моль – это стандартизированное количество любого вещества, равное его молекулярной массе.

7. ***Закон Дальтона***: *давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений P, входящих в нее газов*:

$$P_{см} = P_1 + P_2 + \ldots + P_n.$$

8. ***Объеденный газовый закон*** (закон Клапейрона):

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \quad \text{или} \quad \frac{PV}{T} = \text{const}.$$

2.1.20. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{\mu}RT; \text{ для смеси газов: } PV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots \frac{m_n}{\mu_n}\right)RT.$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1.1. Точечный заряд (*q*) – это заряженное тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которым оно взаимодействует.

3.1.2. Элементарный электрический заряд – это наименьший по абсолютной величине заряд, которым обладают некоторые элементарные частицы, наблюдаемые в свободном состоянии.

3.1.3. Закон кратности элементарного заряда:

а) существует наименьший неделимый заряд $|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

б) любой заряд кратен элементарному заряду $q = \pm n \cdot e$,

где n – целое число.

3.1.4. Закон сохранения заряда. *При любых явлениях в замкнутой системе суммарный электрический заряд не меняется, т.е. не возникает из нечего и не исчезает в никуда.* Возможно лишь перетекание (перераспределение) заряда между телами. Суммарный электрический заряд замкнутой системы не изменяется: $q = \sum q_i = \text{const}$.

3.1.5. Закон Кулона: сила взаимодействия точечных зарядов в вакууме пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (рис.3.1):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{|q_1q_2|}{r^2} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; r – радиус-вектор, определяющий точку поля; q – заряд, создающий поле, ε – диэлектрическая проницаемость вещества.

Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

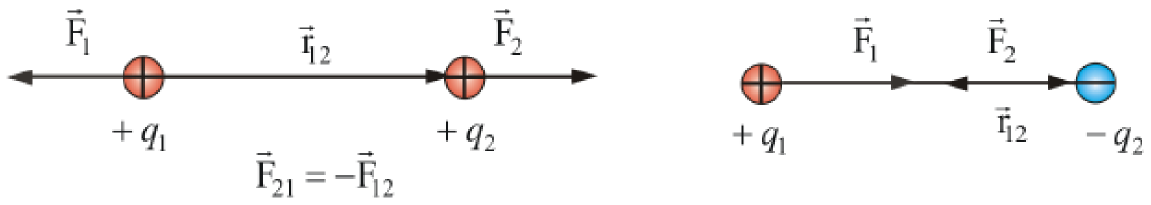


Рис.3.1

3.1.7. Диэлектрическая проницаемость вещества показывает во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в вакууме больше, чем в среде. $\varepsilon = \dfrac{F_{\text{вак}}}{F_{\text{ср}}}$.

3.1.8. Напряженность электростатического поля – физическая величина, численно равная силе, действующей на точечный единичный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{или} \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где r – расстояние от заряда до точки, где мы изучаем это поле, $q_0 = +1\text{Кл}$.

3.1.9. Принцип суперпозиции: напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности (рис. 3.2):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i.$$

3.1.10. Результирующая напряженность поля двух зарядов q_1 и q_2:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha},$$

где $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 - r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}$ (рис.3.2).

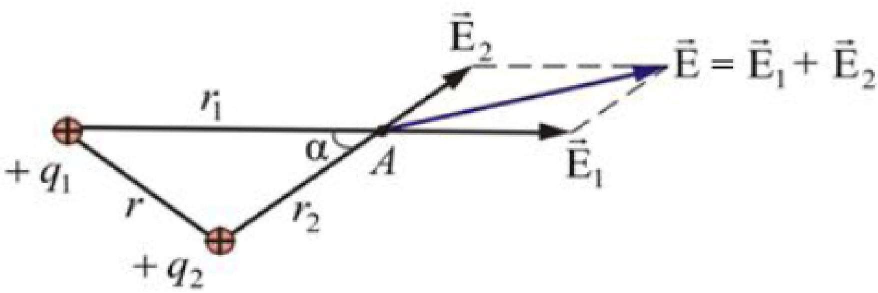


Рис.3.2

3.5.5. Электрическая емкость конденсаторов (двух металлических пластин (обкладок), разделенных слоем диэлектрика) $C = \dfrac{q}{\Delta\varphi}$:

- плоского (рис. 3.23): $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$;
- сферического (рис. 3.24): $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \dfrac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \approx \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$.
- цилиндрического (рис. 3.25): $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln r_2/r_1} \approx \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$;

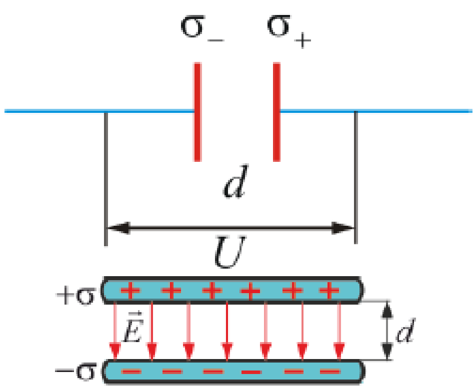


Рис. 3.23

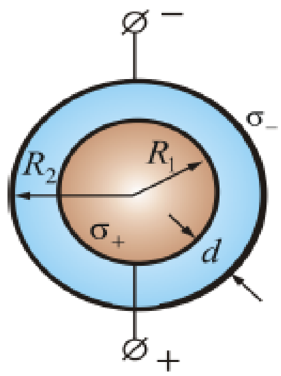


Рис. 3.24

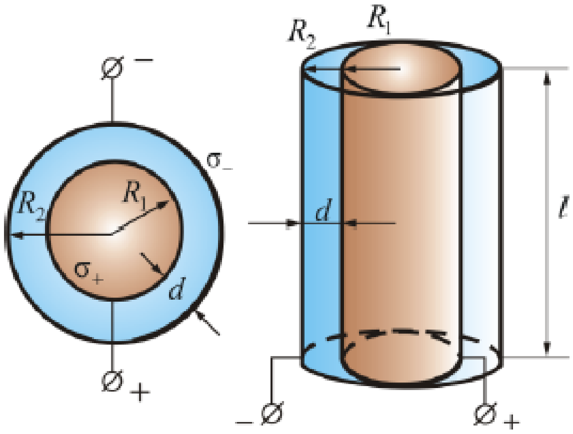


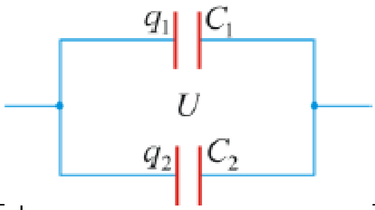
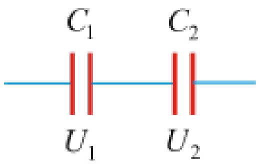
Рис. 3.25

3.5.6. Емкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i .$$

3.5.7. Емкость последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} .$$

	Параллельное соединение	Последовательное соединение
		
C	$C = C_1 + C_2$	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
q	$q = q_1 + q_2$	$q = q_1 = q_2$
U	$U = U_1 = U_2$	$U = U_1 + U_2$

3.5.8. Энергия взаимодействия двух зарядов:

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2).$$

3.5.9. Энергия заряженного уединенного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

3.5.10. Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

3.5.11. Энергия поля плоского конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V = \frac{ED}{2} V = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} V.$$

3.5.12. Объемная плотность энергии – величина, которая измеряется энергией поля, заключенной в единице объема:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

3.7.4. Сила постоянного тока: $I = \dfrac{q}{t}$.

3.7.5. Плотность тока $\vec{j}$ – векторная характеристика тока, модуль которой равен отношению силы тока ∂I через элементарную площадку ∂S, перпендикулярную направлению движения носителей заряда, к её пощади:

$$j = \frac{\partial I}{\partial S} \text{ или для постоянного тока } j = \frac{I}{S}.$$

3.7.6. Направление вектора $\vec{j}$ – направление вектора дрейфовой скорости $\upsilon_{\text{др}}$ положительных носителей зарядов:

$$\vec{j} = \rho\vec{\upsilon}_{\text{др}} = q_+ n_+ \vec{\upsilon}_{\text{др}+} + q_- n_- \vec{\upsilon}_{\text{др}},$$

где $q_+ n_+$ и $q_- n_-$ – объемные плотности соответствующих зарядов.

Поле вектора $\vec{j}$ изображается графически с помощью *линий тока*, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности $\vec{E}$ (рис. 3.26).

3.7.7. Плотности постоянного тока в различных поперечных сечениях 1 и 2 цепи обратно пропорциональны площадям S_1 и S_2 этих сечений (рис. 3.27):

$$j_2 / j_1 = S_1 / S_2 .$$

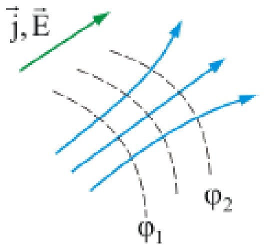


Рис. 3.26

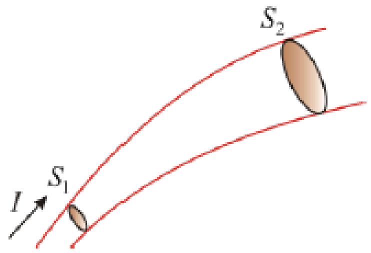


Рис. 3.27

3.7.9. Электродвижущая сила, действующая в цепи, численно равна работе сторонних сил $A_{\text{ст}}$ над единичным положительным зарядом:

$$\mathscr{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

- *Для участка цепи* 1– 2 (рис. 3.28):

$$\mathscr{E} = \int_1^2 E_{\text{ст}} \mathrm{d}l ; \quad \Delta\varphi = \frac{A_{\text{к}}}{q_0}.$$

- *Для замкнутой цепи* (рис. 3.29):

$$\mathscr{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \oint_L E_{\text{ст}} \mathrm{d}l ; \quad U = \frac{A_{\text{к}} + A_{\text{ст}}}{q_0} = \Delta\varphi + \mathscr{E}.$$

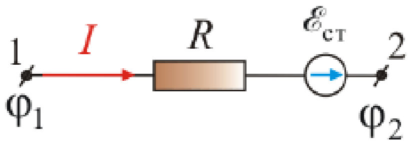


Рис. 3.28

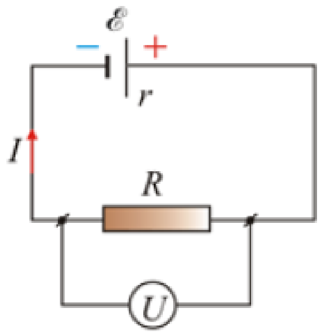


Рис. 3.29

3.7.10. Сопротивление однородного проводника:

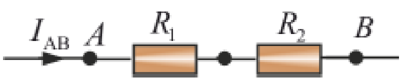
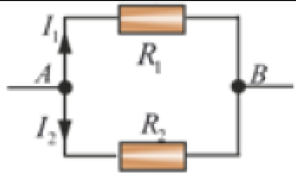
$$R=\frac{\rho l}{S}.$$

3.7.11. Зависимость сопротивления проводника R **и удельного сопротивления** ρ **от температуры**:

$$R=R_0(1+\alpha t),\quad \rho=\rho_0(1+\alpha t).$$

Здесь R и R_0, ρ и ρ_0 – соответственно сопротивление и удельное сопротивление проводника при t и 0 °С; α – температурный коэффициент сопротивления.

3.7.12. Общее сопротивление при последовательном и параллельном соединении:

	Последовательное соединение	Параллельное соединение
		
I	$I_{AB}=\text{const}=I_1=I_2$	$I_{AB}=I_1+I_2$
R	$R_{AB}=R_1+R_2$	$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2};\ R_{AB}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$
U	$U_{AB}=U_1+U_2$	$U_{AB}=U_1=U_2$

3.7.17. Закон Ома для однородного участка цепи ($\mathscr{E}$=0): сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению между концами проводника и обратно пропорциональна сопротивлению проводника

$$I=\frac{U}{R}.$$

3.7.18. Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j}=\frac{1}{\rho}\vec{E}=\sigma\vec{E}.$$

3.7.19. Обобщенный закон Ома для участка цепи (рис. 3.30) содержащий источник ЭДС (закон сохранения энергии применительно к участку цепи постоянного тока):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12}}{R} = \frac{U}{R}.$$

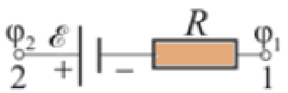


Рис. 3.30

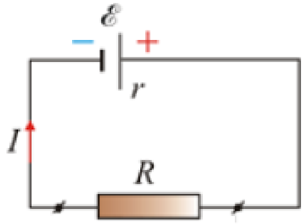


Рис. 3.31

3.7.20. Закон Ома для замкнутой цепи (рис. 3.31):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где r – внутреннее сопротивление источника ЭДС; R – сопротивление нагрузки; $\mathcal{E} = I(R + r)$.

3.7.21. Сила тока в цепи:

- *при последовательном соединении n* источников с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями:

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr};$$

- *при параллельном соединении n* источников с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r/n}.$$

3.7.29. Первое правило Кирхгофа – алгебраическая сумма сил токов, сходящаяся в любом узле цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0.$$

Токи притекающие к узлу считают положительными, а оттекающие от узла – отрицательными. Для схемы, изображенной на рис. 3.32 первое правило Кирхгофа запишется в виде:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

3.7.30. Второе правило Кирхгофа – в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма произведения тока на сопротивление равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре (рис. 3.33):

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

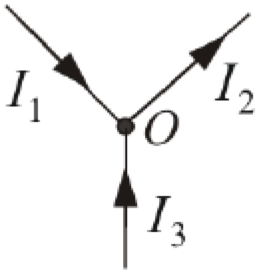


Рис. 3.32

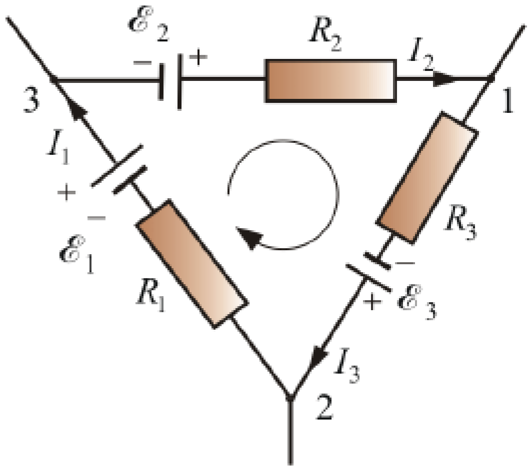


Рис. 3.33

§2. Примеры решения задач регионального этапа олимпиады по физике и критерии их оценивания

9 класс

Задача 1. Безопасная дистанция. По прямому участку дороги с одинаковой скоростью υ друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении может двигаться с предельным ускорением a_1, а другая с a_2. Если с постоянным ускорение до полной остановки начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 0{,}3$ с. В зависимости от того, какая из машин едет впереди, безопасные дистанции, исключающие столкновение между ними, оказываются равными $L_1 = 6$ м или $L_2 = 9$ м. Определите, с какой скоростью едут машины. Оцените разность ускорений Δa машин, если известно, что сами ускорения примерно равны 5 м/с^2.

Возможное решение

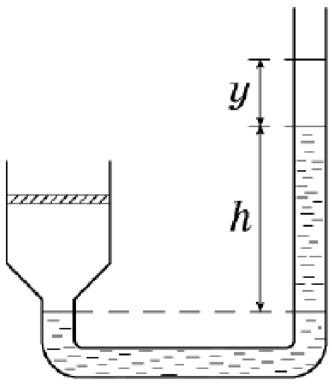
Безопасное расстояние между машинами складывается из разности тормозных путей до полной остановки и длины участка на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью до начала торможения. $L_1 = \upsilon\tau + \dfrac{\upsilon^2}{2a_1} - \dfrac{\upsilon^2}{2a_2}$; $L_2 = \upsilon\tau + \dfrac{\upsilon^2}{2a_2} - \dfrac{\upsilon^2}{2a_1}$, откуда

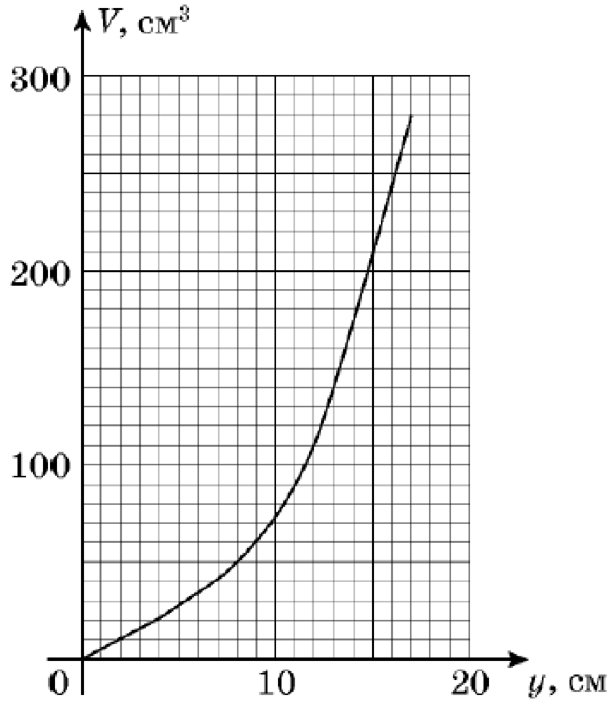
$\upsilon = \dfrac{L_1 + L_2}{2\tau} = 25$ м/с. $\qquad \dfrac{\Delta a}{a_1 a_2} = \dfrac{L_2 - L_1}{\upsilon^2}$, $\qquad$ откуда $\Delta a \approx 0{,}12$ м/с^2.

Критерии оценивания:

1.	Выражение для длины участка, на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью до начала торможения	1 балл
2.	Найдены тормозные пути машин до полной остановки	2 балла
3.	Получены выражения для безопасных расстояний	2 балла
4.	Получена формула и найдено численное значение скорости	2 балла
5.	Сделана оценка разности ускорений	3 балла

Задача 2. **Масса поршня.** Цилиндрический сосуд с поршнем соединен коническим переходником с трубкой постоянного сечения. Разность уровней воды в правом и левом колене $h = 20$ см. В трубку медленно наливают воду, измеряя объём V добавленной воды и подъём уровня y в правом колене. С помощью графика зависимости V от y найдите массу поршня и объём конической части сосуда. Трение между поршнем и цилиндром не учитывайте. Плотность воды $\rho = 1{,}0$ г/см^3, $g = 10$ м/с^2.





Возможное решение

Условие равновесия поршня: $pS = Mg + p_oS$.

Давление воздуха в сосуде $p = p_o + \rho gh$ (равновесие столба воды).

Отсюда $M = \rho hS$.

Однако ни сечение поршня, ни сечение трубки не даны.

Обратимся к связи объёма налитой воды и подъёма уровня.

Поскольку давление воздуха в сосуде постоянно, то остаётся постоянной разность уровней воды справа и слева, а именно она равна h, и поэтому оба эти уровня поднимаются на y.

Пока вода не попала в сосуд $V = 2sy$, где s сечение трубки.

Этому отвечает начальная линейная часть графика, по её наклону находится сечение трубки $s = (1/2)(\Delta V/\Delta y)_{нач} = 2{,}5$ см^2.

Искривлённая часть графика отвечает заполнению конической части сосуда. Когда вода дойдёт до цилиндрической части, то приращение объёма будет $\Delta V = S\Delta y + s\Delta y$. Это отвечает конечной линейной части графика, из её наклона находим $S + s = (\Delta V/\Delta y)_{кон} = 35$ см^2, а $S = 32{,}5$ см^2.

Тогда $M = \rho hS = 650$ г.

Объём конической части сосуда $V_x = \Delta V - s\Delta y$, где $\Delta V = 120$ см^3 и $\Delta y = 9$ см для искривлённого участка графика, тогда $V_x = 98$ см^3.

Критерии оценивания:

1.	Условие равновесия поршня ($pS = Mg + p_oS$)	1 балл
2.	Давление воздуха в сосуде ($p = p_o + \rho gh$)	1 балл
3.	Выражение для массы поршня ($M = \rho hS$)	1 балл
4.	Постоянство разности уровней и равенство их изменений (0,5 + 0,5)	1 балл

5. Связь объёма и y для начального участка ($V = 2sy$) 0,5 балла

6. Анализ начального участка графика и нахождение сечения трубки ($s=(1/2)(\Delta V/\Delta y)_{нач} = 2см^2$) 1 балл

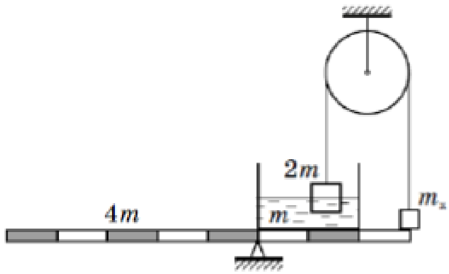
7. Связь объёма и y для конечного участка ($\Delta V = S\Delta y + s\Delta y$) 0,5 балла

8. Анализ конечного участка графика и нахождение сечения поршня ($S + s = (\Delta V/\Delta y)_{кон} = 27{,}2$ см^2, а $S = 25{,}2$ см^2) 1 балл

9. Нахождение массы поршня ($M = \rho hS = 504$ г) 1 балл

10. Нахождение объёма конической части ($V_x = \Delta V - s\Delta y = 50$ см^3) 2 балла

Задача 3. Жидкое равновесие. Прямоугольный легкий сосуд с жидкостью массой m помещен на однородный рычаг массой $4m$. В жидкость опущено тело массой $2m$ (с плотностью меньшей, чем плотность жидкости), удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы m_x груз необходимо прикрепить к противоположному концу нити и разместить на краю рычага, чтобы система осталась в равновесии? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



Возможное решение

Сила давления на дно сосуда F распределена равномерно по всей площади и не зависит от места погружения в жидкость тела $2m$. При этом, $F = mg + F_a$, где F_a − сила, противодействующая силе Архимеда, действующей на тело $2m$.

Из условия равновесия тела $2m$: $T + F_a = 2mg$, где T − сила натяжения нити.

Из условия равновесия груза m_x: $T + N = m_xg$, где N − сила реакции опоры.

Правило моментов для рычага относительно точки опоры имеет вид: $4mgl = Fl + N3l$.

Неизвестных больше чем уравнений и без введения дополнительных условий систему решить невозможно.

Предположим, что груз m_x − очень легкий, тогда рычаг начнет перевешивать, его правая часть пойдет вверх и нить провиснет ($T = 0$). Решая систему уравнений, получим нижнюю границу значений масс $m_x = m/3$.

В случае если m_x велико, правая часть рычага начинает движение вниз, тело $2m$ перестает действовать на воду. Сила Архимеда обращается в ноль. Тогда решение системы дает $m_x = 3m$.

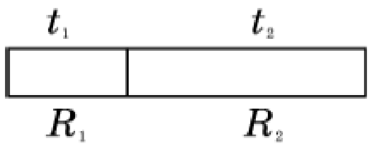
Следовательно, система в равновесии, если масса тела m_x лежит в диапазоне $m/3 < m_x < 3m$.

Критерии оценивания:

1. Учет равномерного распределения силы давления по дну сосуда 1 балл
2. Условие равновесия тела $2m$ 1 балл

3.	Условие равновесия тела m_x	1 балл
4.	Правило моментов для рычага	2 балла
5.	Обосновано и найдено минимальное значение m_x	2 балла
6.	Обосновано и найдено максимальное значение m_x	2 балла
7.	Явно указан диапазон допустимых масс m_x	1 балл

Задача 4. Электротермодинамика. Два цилиндрических проводника разной длины, но одинакового диаметра, изготовлены из меди. Их сопротивления и температуры (в градусах Цельсия) соответственно равны: R_1, R_2, t_1, t_2. Проводники соединяют плоскими гранями. Каким окажется сопротивление составного проводника после того, как температуры его частей выровняются? Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением меди пренебречь.



Примечание: сопротивление проводника при температуре t равно: $R = R_0\left(1+\beta\left(t-t_0\right)\right)$, где R_0 – сопротивление проводника при $t_0 = 0\ ^0$C; β – температурный коэффициент сопротивления, причём $\beta t \ll 1$.

Возможное решение. Сопротивление R_i цилиндров пропорционально их длине, как и их теплоемкость C_i. Следовательно,

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{R_{0,1}}{R_{0,2}}. \qquad (1)$$

Запишем уравнение теплового баланса: $C_1 t_1 + C_2 t_2 = \left(C_1 + C_2\right)t$.

Из него, с учётом (1) получим: $t = \dfrac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{R_{0,1} t_1 + R_{0,2} t_2}{R_{0,1} + R_{0,2}}$.

Изменение температуры первого цилиндра

$$\Delta t_1 = t - t_1 = \frac{R_{0,2}\left(t_2 - t_1\right)}{R_{0,1} + R_{0,2}}; \qquad \Delta t_2 = t - t_2 = \frac{R_{0,1}\left(t_1 - t_2\right)}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления первого цилиндра

$$\Delta R_1 = R_{0,1}\beta\Delta t_1 = \beta\left(t_2 - t_1\right)\frac{R_{0,1}R_{0,2}}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления второго цилиндра

$$\Delta R_2 = R_{0,2}\beta\Delta t_2 = \beta\left(t_1 - t_2\right)\frac{R_{0,1}R_{0,2}}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления составного цилиндра $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 = 0$.

Следовательно, сопротивление составного цилиндра при нагреве не изменится и будет равно $R = R_1 + R_2$.

Примечание: Строго говоря, если $R = R_0\left(1+\beta\left(t-t_0\right)\right)$, то требование $\beta t \ll 1$ избыточно.

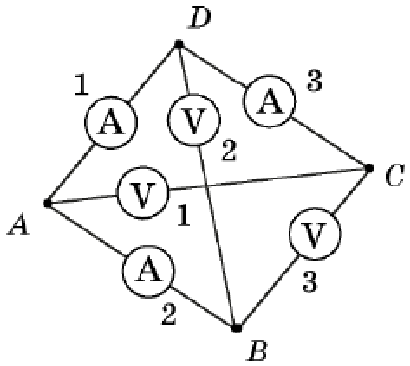
Критерии оценивания:

1.	Отмечено соотношение (1)	2 балла
2.	Найдена установившаяся температура	2 балла
3.	Найдены Δt_1 и Δt_2	2 балла
4.	Найдены ΔR_1 и ΔR_2	2 балла
5.	Показано, что $\Delta R = 0$, т.е. $R = R_1 + R_2$.	2 балла

Задача 5. Электрический тетраэдр. В ребра тетраэдра *ABCD* включены три амперметра с внутренним сопротивлением R_A = 0,1 Ом и три вольтметра с внутренним сопротивлением R_V = 10 кОм. Определите показания всех приборов при подключении источника с напряжением U_0 = 1,5 В.

а) к точкам *A* и *D*;

б) к точкам *B* и *C*.



Возможное решение

Вопрос (а). На рис. 1 приведена эквивалентная схема цепи для случая (а). Сила тока, текущего через амперметр, подключенный к точкам *A* и *D*, равна $I_{AD} = U_0 / R_A = 15$ А. Заметим, что $R_A \ll R_V$. Поэтому при расчёте силы токов, текущих через вольтметры, сопротивлением амперметров можно пренебречь. Поскольку

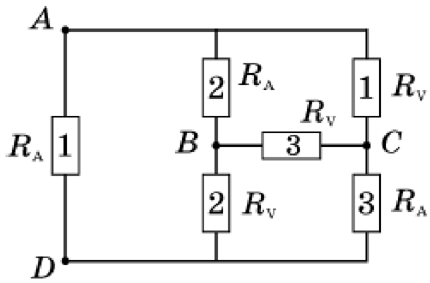


Рис. 1

$$U_{AC} \approx U_0,\ U_{BC} \approx U_0,\ U_{BD} \approx U_0 = 1{,}5 \text{ В},$$

можно считать $I_{AC} \approx U_0 / R_B = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ А, $I_{BC} \approx U_0 / R_B = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ А, и $I_{BD} \approx U_0 / R_B = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ А. $I_{AB} = I_{BC} + I_{BD} = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ А. Аналогично, $I_{CD} = I_{BC} + I_{AC} = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ А.

Вопрос (б). На рис. 2 приведена эквивалентная схема цепи для случая (б). Напряжение на вольтметре, подключенном к точкам *B* и *C*, равно $U_{BC} = U_0 = 1{,}5$ В. Сила тока, текущего через амперметры $I_{BA} = I_{AD} = I_{DC} = U_0 / (3R_A) = 5{,}0$ А.

Напряжение $U_{BD} = U_{BA} + U_{AD} = 2R_A I_{BA} = 1{,}0$ В.

Аналогично, $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} = 2R_A I_{DC} = 1{,}0$ В.

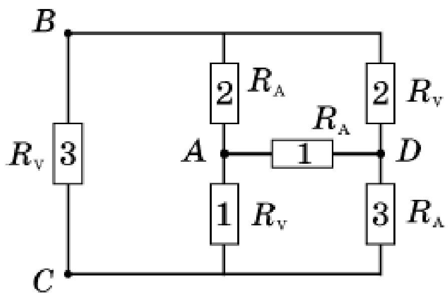


Рис. 2

Критерии оценивания:

Ответ на вопрос (а)

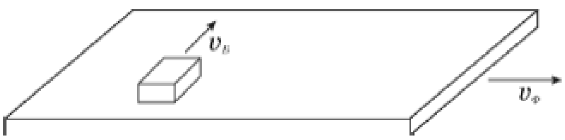
1.	Идея пренебречь сопротивлением амперметров на участках *AB* и *CD*	1 балл
2.	Установлено, что при этом все вольтметры подключены параллельно	1 балл
3.	Получен верный ответ для показаний амперметра *AD* и всех вольтметров	1 балл
4.	Идея определения силы токов через амперметры *AB* и *CD* через первое правило Кирхгофа	1 балл
5.	Получен верный ответ для силы тока через амперметры *AB* и *CD*	2 балла

Ответ на вопрос (б)

1.	Идея исключить вольтметры *BD* и *AC* на начальном этапе решения	1 балл
2.	Получен верный ответ для показаний амперметров с использованием п.1 и показания вольтметра *BC*	1 балл
3.	Идея определения показаний вольтметров *BD* и *AC* через сумму напряжений на амперметрах	1 балл
4.	Получен верный ответ для показаний вольтметров *BD* и *AC*	1 балл

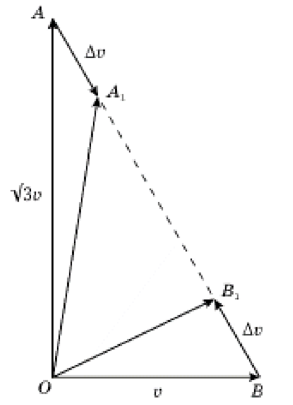
10 класс

Задача 1. Просто трение. На гладкой горизонтальной поверхности льда лежит лист фанеры, на котором находится стальной брусок. Одновременно листу фанере и бруску сообщают скорости υ и $\sqrt{3}\upsilon$ относительно льда, причём их направления взаимно перпендикулярны. В процессе дальнейшего движения, из-за наличия трения, скорости бруска и доски изменяются. Определите минимальные скорости фанеры и бруска (относительно льда) в процессе их движения. Масса бруска равна массе фанеры.

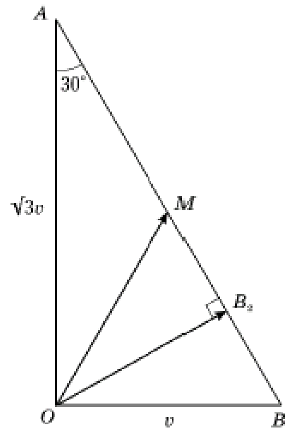


Возможное решение

Рассмотрим векторы начальных скоростей бруска и фанеры и их изменения за некоторый малый промежуток времени Δt. На рисунке вектор OA соответствует скорости бруска, вектор OB скорости фанеры в начальный момент времени. Векторы изменений их скоростей равны по модулю (так как массы равны) и направлены вдоль вектора их относительной скорости AB (скорость бруска относительно фанеры – вектор AB, а сила трения, действующая на брусок направлена от A к B и наоборот для листа фанеры).



Через время Δt концы векторов новых скоростей OA_1 и OB_1, по-прежнему лежат на AB и силы трения, действующие на тела, по-прежнему направлены вдоль AB. Скорости бруска и фанеры будут изменяться до тех пор, пока не выровняются по величине и направлению, а точки A_1 и B_1 не окажутся на середине AB. Дальнейшее очевидно из геометрии. Скорость бруска уменьшается, пока не достигнет постоянного значения OM, $OM = AB/2 = \upsilon$. Минимальная скорость листа фанеры достигается прежде, чем скорости установятся – длина вектора OB_2 равна $OB_2 = OA\sin 30^{\circ} = \sqrt{3}\upsilon/2$.



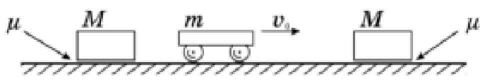
Таким образом, минимальная скорость бруска относительно льда при движении равна υ, а фанеры, соответственно $\sqrt{3}\upsilon/2$.

Критерии оценивания:

1. Утверждение, что силы трения направлены параллельно относительной скорости бруска и фанеры — 1 балл
2. Вывод о том, что направление относительной скорости и сил трения остается неизменным в процессе всего движения — 3 балла
3. Обоснованно получены минимальные скоростей бруска и фанеры по 3 балла — 6 баллов

Примечание. За математические ошибки при верной физической модели, позволяющей получить корректный результат, но допущенной математической ошибке снимается 1 балл.

Задача 2. Расталкивание. На горизонтальной поверхности покоятся два бруска массой M каждый. Между брусками помещают тележку массой m ($m = M/3$) и сообщают ей начальную скорость υ_0. Найдите, насколько сдвинутся бруски в результате абсолютно упругих столкновений с тележкой, если за время между столкновениями они успевают останавливаться. Время соударения тележки с брусками бесконечно мало. Коэффициенты трения между брусками и полом равен μ. Ускорение свободного падения g.



Возможное решение

1. После первого столкновения скорость правого бруска $u_1 = 2m\upsilon/(M+m) = \upsilon/2$, скорость тележки $\upsilon_1 = \upsilon(m - M)/(M+m) = -\upsilon/2$ (из законов сохранения энергии и импульса). Знак минус означает, что тележка начнёт двигаться влево.

2. Из законов сохранения энергии и импульса при столкновении с левым бруском получим, что тележка будет двигаться вправо со скоростью $\upsilon/4$. А скорость правого бруска после второго столкновения с тележкой станет $\upsilon_2 = \upsilon/8 = \upsilon_1/4$. Соответственно $\upsilon_3 = \upsilon_2/4$ и т.д.

3. А) Кинетические энергии правого бруска будут изменяться также в геометрической прогрессии. но с показателем 1/16. Отсюда можно найти полное перемещение правого бруска, а затем и левого.

Б) Можно заметить, что после каждого столкновения отношение кинетических энергий правого и левого брусков остаётся одинаковым и равным 4, тогда $L_{Лев} = L_{Прав}/4$. С учётом работы силы трения имеем $m\upsilon^2/2 = \mu Mg\left(L_{Лев} + L_{Прав}\right)$, а так как $m = M/3$, то $L_{Прав} = 2\upsilon^2/(15\mu g)$ и и $L_{Лев} = \upsilon^2/(30\mu g)$.

Критерии оценивания:

1.	Нахождение скоростей после 1-го столкновения	3 балла
2.	Нахождение скоростей после последующих столкновений	3 балла
3А.	Нахождение отношения энергий и перемещений из геометрической прогрессии $L_{Прав} = 2\upsilon^2/(15\mu g)$ и $L_{Лев} = \upsilon^2/(30\mu g)$	4 балла
3Б.	См. решение варианта Б	4 балла

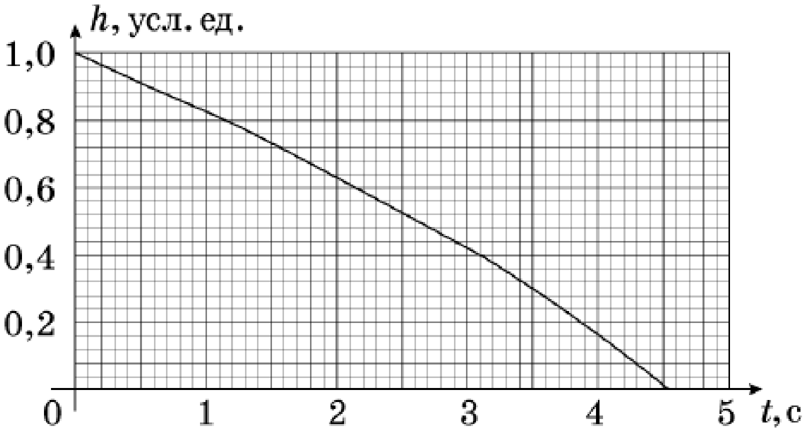
Баллы за 3А и 3Б не суммируются, это разные варианты решений!

Задача 3. Из глубин... Со дна глубокого озера всплывает пузырёк воздуха. На него действует сила сопротивления $F = kr\upsilon$, где r – радиус пузырька, υ – его скорость, k - постоянная. Вблизи дна радиус пузырька $r_0 = 1{,}0$ мм. На рис. 1 представлен график зависимости глубины h на которой находится пузырёк, от времени t, прошедшего от начала его движения.

1) Какова глубина озера?

2) За какое время τ_1 всплывёт пузырёк, радиус которого у дна водоёма равен $r_1 = 0{,}5$ мм?

3) За какое время τ_2 пузырёк, радиус которого у дна водоёма равен $r_0 = 1{,}0$ мм, всплывёт со дна водоёма глубиной $H = 10$ м?



Примечание 1. Давление водяных паров в пузырьке, поверхностное натяжение воды, изменение формы пузырька и изменение температуры воздуха в пузырьке не учитывайте.

Примечание 2. Плотность воды $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Па, $g = 10$ м/с^2, объем пузырька $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Возможное решение

Массу пузырька воздуха можно не учитывать, поэтому сила F сопротивления движению равна силе Архимеда F_A: $F = F_A$, или иначе: $kr\upsilon = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$.

Отсюда найдём $\upsilon = \frac{4\pi}{3}\frac{r^2 \rho g}{k}$.

В соответствии с законом Бойля-Мариотта ($pV = $ const) запишем:

$$\frac{4\pi}{3} r_0^3 \left(p_0 + \rho g h_0\right) = \frac{4\pi}{3} r^3 \left(p_0 + \rho g h\right).$$

Зависимость радиуса пузырька от глубины такова:

$$r = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0 + \rho g h}\right)^{1/3}.$$

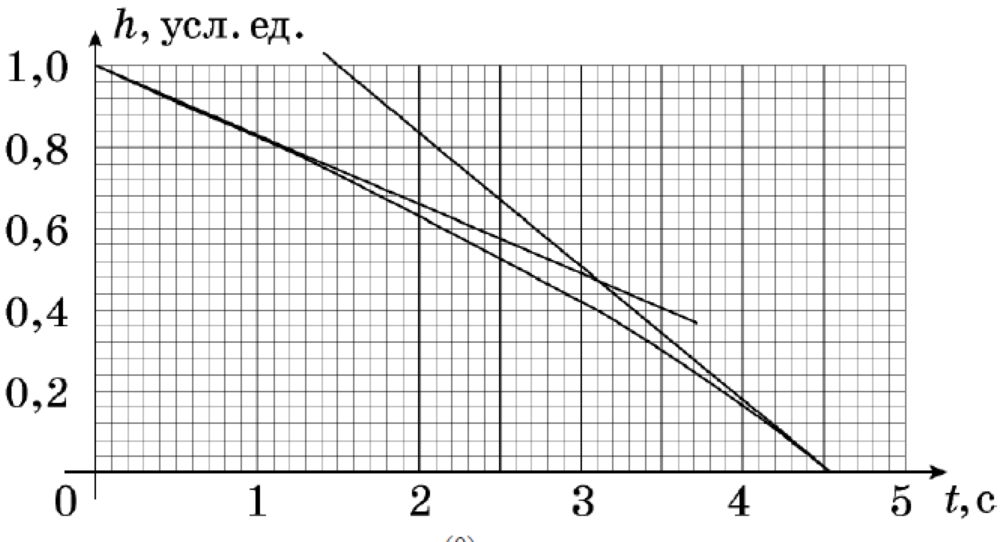
Откуда

$$\upsilon = \frac{4\pi \rho g r_0^2}{3k} \left(\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0 + \rho g h}\right)^{2/3}.$$

Скорости пузырька вблизи дна $\upsilon(h_0)$ и у поверхности $\upsilon(0)$ относятся как

$$\frac{\upsilon(0)}{\upsilon(h_0)} = \left(\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0}\right)^{2/3}.$$

Отношение скоростей можно определить через отношение угловых коэффициентов касательных, проведенных к графику зависимости $h(t)$ в соответствующих точках. Для нашего графика (данного в условии)



$$\frac{\upsilon(0)}{\upsilon(h_0)} \approx 1{,}8;$$

$$\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0} \approx 2{,}4;$$

$$h_0 \approx 14 \text{ м}.$$

Для ответа на второй вопрос задачи достаточно заметить, что на любой глубине скорость пузырька, пропорциональна квадрату его начального радиуса. Соответственно, для пузырька с начальным радиусом 0,5 мм скорость будет в четыре раза меньше, чем для пузырька радиусом r_0 = 1 мм, а время движения будет в четыре раза больше, то есть примерно 18 с.

При ответе на третий вопрос задачи найдем радиус пузырька, имевшего r_0 = 1 мм на глубине 14 м, когда он достигнет глубины 10 м.

$$r_0' = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0 + \rho g h} \right)^{1/3} = r_0 \left(\frac{24}{20} \right)^{1/3}$$

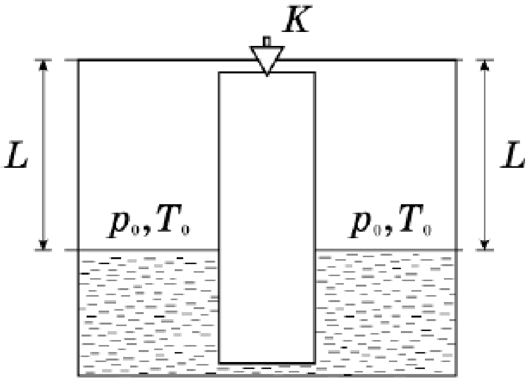
Такой же пузырек в соответствие с графиком движется от глубины 10 м до поверхности t' = 2,9 с. Пузырек, имеющий на этой глубине радиус r_0 = 1 мм будет двигаться в $\left(\frac{r_0'}{r_0} \right)^2$ раз медленнее, то есть достигнет поверхности за время

$$t = t' \left(\frac{r_0'}{r_0} \right)^2 \approx 3{,}3 \text{ с}.$$

Критерии оценивания:

1.	Указано, что из-за малости массы воздуха в пузырьке, можно приравнивать силу сопротивления движению силе Архимеда	1 балл
2.	Получено выражение для связи скорости пузырька с его размером	1 балл
3.	С использованием закона Бойля-Мариотта получено уравнение для связи радиуса пузырька на глубине h с начальным размером пузырька и глубиной	1 балл
4.	Получено выражение для зависимости скорости пузырька от начального размера и глубины	1 балл
5.	Обоснованно получен ответ для глубины озера, в пределах 15-25 метров	2 балла
6.	Обоснованно получен ответ для времени всплытия пузырька с радиусом 0,5 мм	1 балл
7.	Идея ответа на третий вопрос задачи через сравнение времен всплытия пузырьков разных радиусов с одной глубины и верный пересчет размера пузырька для глубины 10 м именно для этой цели (1 балл +1 балл)	2балла
8.	Получен обоснованный ответ на третий вопрос задачи в пределах 1,5 - 3,5 секунд	1 балл

Задача 4. Частичный нагрев. Два одинаковых вертикальных цилиндра соединены сверху и снизу трубками пренебрежимо малого объёма. В верхней трубке имеется кран K, который исходно открыт. В цилиндры налита жидкость плотности ρ. Оставшийся объём цилиндров высоты L заполнен газом с давлением p_0 и комнатной температурой T_0. При неизменной температуре газа в левом цилиндре газ в правом нагрели до температуры T и закрыли вентиль. Нагреватель отключили. Когда воздух в правом цилиндре остыл до комнатной температуры, разность уровней жидкости в цилиндрах стала $2h$. Найдите температуру T, если в левом цилиндре температура газа всё время оставалась комнатной. Ускорение свободного падения g.



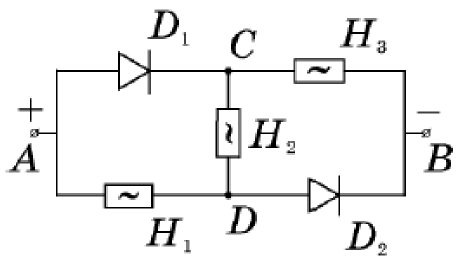
Возможное решение

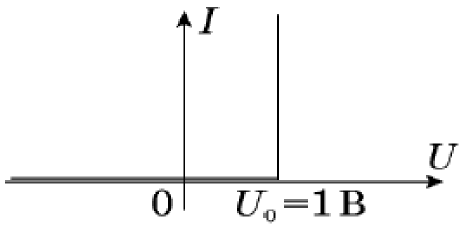
1. Пусть S сечение цилиндров, ν полное число молей газа, R газовая постоянная. Из уравнения состояния идеального газа для начальной ситуации имеем: $2p_0SL = \nu RT_0$.
2. При открытом вентиле давление газа слева и справа одинаково, обозначим его p.
3. Из уравнения состояния в применении к каждому цилиндру при открытом вентиле и разных температурах имеем: $pSL = \nu_1RT_0$; $pSL = \nu_2RT$, где ν_1 и ν_2 число молей слева и справа.
4. Так как суммарное число молей неизменно, то $\nu = \nu_1 + \nu_2$.
5. Отсюда выражаем давление $p = 2p_0T/(T + T_0)$.
6. После закрытия вентиля число молей газа слева и справа остаются прежними. В конце температура везде T_0, а объёмы газа слева и справа соответственно $(L + h)S$ и $(L - h)S$.
7. Разница давлений газа при перепаде уровней $p_1 - p_2 = 2\rho gh$.
8. Выразим давления через уравнение состояния и предыдущие соотношения:
   $\nu_1RT_0/(L + h)S - \nu_2RT_0/(L - h)S = pL/(L + h) - pLT_0/T(L - h) = 2\rho gh$.
9. Подставив $p = 2p_0T/(T + T_0)$ получим уравнение для искомой T:
   $p_0LT/(T + T_0)(L + h) - p_0LT_0/(T + T_0)(L - h) = \rho gh$.
10. Откуда $T = T_0(L + h)(p_0L + \rho gh(L - h))/(L - h)(p_0L - \rho gh(L + h))$.

Критерии оценивания:

1.	Уравнение состояния для начальной ситуации ($2p_0SL = \nu RT_0$)	1 балл
2.	Равенство давлений при открытом вентиле	0,5 балла
3.	Уравнение состояния в случае разных температур ($pSL = \nu_1RT_0$; $pSL = \nu_2RT$)	1 балл
4.	Неизменность суммарного числа молей ($\nu = \nu_1 + \nu_2$)	0,5 балла
5.	Нахождение давления p ($p = 2p_0T/(T + T_0)$)	1 балл
6.	Ситуация после закрытия вентиля и остывания	1 балл
7.	Перепад давлений ($p_1 - p_2 = 2\rho gh$)	1 балл
8.	Уравнения для искомого T	2 балла
9.	Нахождение искомого T (*См. ответ в тексте*)	2 балла

Задача 5. Нелинейная электрическая цепь. Электрическая цепь (верхний рисунок) состоит из двух одинаковых диодов (D_1 и D_2), трёх одинаковых нелинейных элементов (H_1, H_2 и H_3) и батарейки, поддерживающей постоянное напряжение $U_{AB} = 5{,}0$ В. Идеализированная вольтамперная характеристика диода приведена на нижнем рисунке. Сила тока, протекающего через нелинейный элемент, может быть определена по формуле: $I = kU^2$, где U – напряжение на элементе, $k = 0{,}1\ A/B^2$ – постоянный коэффициент. Определите: 1) напряжения U_H на нелинейных элементах; 2) силы токов, протекающих через диоды.





Возможное решение

Каждый диод может быть открыт или закрыт. Всего возможны три варианта:

а) оба диоды закрыты;

б) один диод закрыт (например, D_1), другой (D_2) отрыт;

в) оба диоды открыты.

Случай (а) $U_{AD} = U_{DC} = U_{CB} = U_{AB}/3$. $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} > U_0$ – не подходит.

Случай (б) $U_{DB} = 1\,B$; $U_{DC} = U_{CB} = 0{,}5\,B$; $U_{AC} = 4{,}5\,B > U_0$ – не подходит.

Случай (в) $U_{AC} = U_{AD} = U_0 = 1\,B$.

$U_1 = U_3 = U_{AB} - U_0 = 4\,B$.

$U_2 = U_{AB} - 2U_0 = 3\,B$.

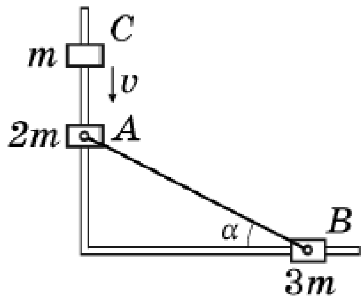
$I_{D1} = I_{D2} = I_{N3} + I_{N2} = kU_3^2 + kU_2^2 = 2{,}5\,A$.

Критерии оценивания:

1.	Доказано, что диоды открыты, ток через диоды течет, напряжения на диодах равно 1 В	2 балла
2.	Получено значение напряжения на элементах Н1 и Н3	2 балла
3.	Получено значение напряжения на Н2 с верным указанием направления тока через него или полярности напряжения (при неверно указанной полярности пункт оценивается в 1 балл, то же самое, если направление тока или полярность напряжения вообще не упоминается)	2 балла
4.	Верно найдены токи через все элементы	2 балла
5.	Использовано первое правило Кирхгофа для нахождения тока через диоды	1 балл
6.	Обоснованно получен верный ответ для тока через диоды	1 балл

11 класс

Задача 1. Три муфты. Три муфты (A, B и C) массы которых равны $2m$, $3m$ и m, соответственно, могут скользить без трения по двум горизонтальным направляющим, пересекающимся под прямым углом. Муфты A и B с помощью шарниров соединены с лёгким, жёстким, неупругим стержнем так, что угол между стержнем и направляющей, на которой надета муфта B, равен α. Между муфтой C, движущейся со скоростью υ, и покоящейся муфтой A, происходит неупругое столкновение. Определите скорости муфт сразу после соударения.



Возможное решение

Пусть в результате удара через стержень передаётся импульс p: $p = \int F(t)dt$, где F – сила упругости.

Запишем изменение импульса для муфт A и C:

$$m\upsilon - p\sin\alpha = 3m\upsilon_{AC}.$$

Тогда изменение импульса для муфты B равно

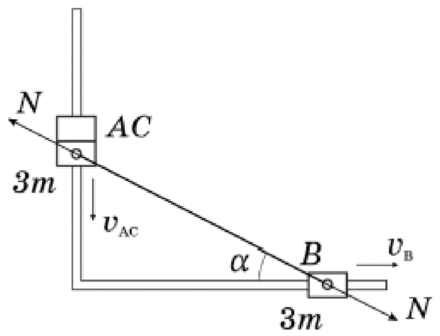
$$p\cos\alpha = 3m\upsilon_B.$$

Из кинематической связи следует: $\upsilon_{AC}\mathrm{tg}\alpha = \upsilon_B$.

Решая полученные уравнения найдём:

$$\upsilon_{AC} = \upsilon\frac{\cos^2\alpha}{3};$$

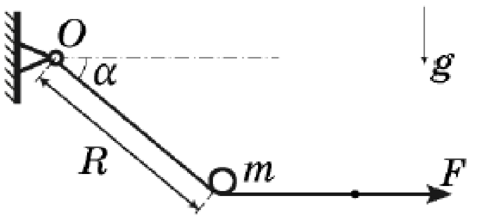
$$\upsilon_B = \upsilon\frac{\sin(2\alpha)}{6}.$$



Критерии оценивания:

1.	Идея связи изменения импульсов шайб на разных стержнях с проекцией силы реакции стержня	2 балла
2.	Получено соотношение для изменения импульсов шайб $\Delta p_{AC} = \Delta p_B \mathrm{tg}\alpha$	2 балла
3.	Получено соотношение для связи υ_{AC} и υ_B	2 балла
4.	Обоснованно получен верный ответ для υ_{AC}	2 балла
5.	Обоснованно получен верный ответ для υ_B	2 балла

Задача 2. Отрыв цилиндра. Тонкая лёгкая нерастяжимая лента прикреплена к стене в точке O (см. рис.). На ленте удерживают небольшой цилиндр массой m так, что наклонный участок ленты длины R образует угол α с горизонталью. К свободному концу ленты приложили силу F и цилиндр отпустили. Найдите его скорость в момент отрыва от ленты. Сила F все время направлена горизонтально и постоянна по величине. Считайте, что трения нет, ускорение свободного падения равно g.



Возможное решение

При отсутствии трения натяжение вдоль ленты одинаково по величине и $T = F$ для любого участка ленты.

Если сила давления на ленту со стороны шайбы $\vec{N}$, а $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ натяжения ленты справа и слева от обхватывающего шайбу участка, то $\vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$. При пренебрежимо малой массе этого участка сумма векторов сил, приложенных к нему равна нулю.

В момент отрыва шайба от ленты $\vec{N} = 0$, а $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$. Так как натяжение направлено вдоль ленты, то отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента становится горизонтальной.

При переходе в горизонтальное положение свободный конец ленты смещается по горизонтали на $x = R(1 - \cos\alpha)$ и работа силы F, приложенной к этому концу, $A = Fx = FR(1 - \cos\alpha)$.

Эта работа идёт на приращение механической энергии цилиндра:

$$A = FR(1 - \cos\alpha) = m\upsilon^2/2 + mgR\sin\alpha, \text{ откуда } m\upsilon^2/2 = R\left[F(1 - \cos\alpha) - mg\sin\alpha\right],$$

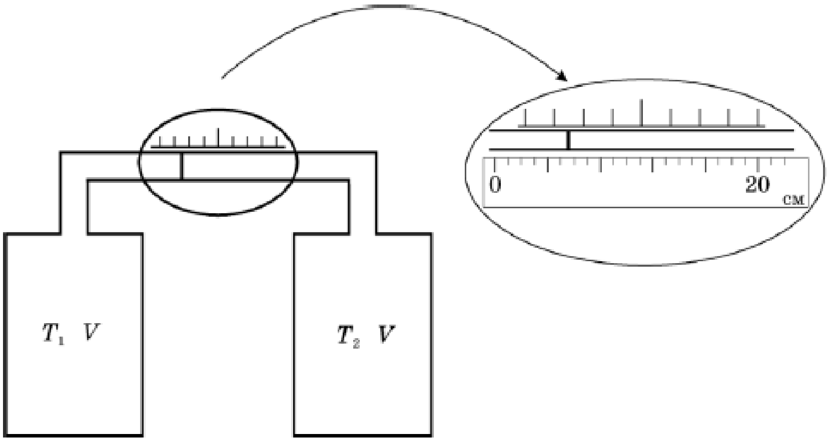
$$\text{или } \upsilon = \sqrt{2R\left[F(1 - \cos\alpha)/m - g\sin\alpha\right]}.$$

Ответ имеет смысл если подкоренное выражение положительно.

Критерии оценивания:

1.	Отмечено, что $\vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$	1 балл
2.	Показано, что, отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента принимает горизонтальное положение	1 балл
3.	Найдено смещение конца ленты к моменту отрыва цилиндра	2 балла
4.	Найдена работа A силы F к моменту отрыва цилиндра от ленты	2 балла
5.	Отмечено, что работа A пошла на приращение механической энергии цилиндра	1 балл
6.	Записан закон сохранения механической энергии	2 балла
7.	Получено выражение для скорости цилиндра	1 балл

Задача 3. Дифференциальный термометр. Два одинаковых сосуда с объемами $V = 1{,}0$ л каждый соединены трубкой длиной $L = 300$ см и поперечным сечением $S = 1$ см^2 с небольшим поршнем внутри, который может скользить в ней без трения (см. рис.). Когда температуры газов в сосудах равны $T_0 = 300$ К поршень располагается посередине трубки. При незначительных изменениях температур в сосудах, поршень смещается вдоль шкалы, нанесенной рядом. Перерисовав в тетрадь, проградуируйте эту шкалу (оцифруйте ее деления в градусах Кельвина) чтобы по ней можно было считывать разность температур $\Delta T = T_1 - T_2$ (с учетом знака!). Будет ли эта шкала линейной? На выносном рисунке рядом со шкалой помещена линейка.



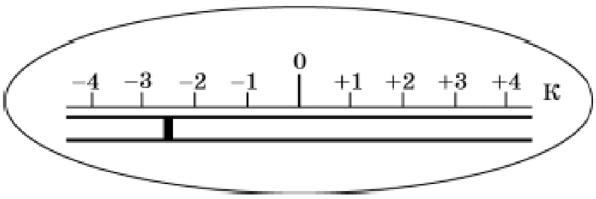
Возможное решение

Для начального состояния газов в сосудах можно записать уравнение Менделеева-Клапейрона: $\dfrac{p_0(V + LS/2)}{T_0} = \nu R$, здесь p_0 – давление газа вначале, а $V_0 = V + LS/2$.

Если температура в левом сосуде повысится на ΔT_1, а в правом понизится на ΔT_2 и поршень сместится влево на ΔL, то новые уравнения состояния примут вид: $\dfrac{p(V_0 + \Delta LS)}{T_0 + \Delta T_1} = \nu R$ и $\dfrac{p(V_0 - \Delta LS)}{T_0 - \Delta T_2} = \nu R$. Приравнивая левые части с учетом $\Delta LS << V$, получим: $\Delta L = \dfrac{V_0(\Delta T_1 + \Delta T_2)}{2ST_0}$, откуда, учитывая, что $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$, окончательно $\Delta L = \dfrac{V_0 \Delta T}{2ST_0}$. Из выведенного уравнения следует, что при малых изменениях температур сосудов малые смещения поршня связаны линейно с разностью температур ΔT.

Заметим, что 4-м делениям шкалы термометра соответствует 9 см. Следовательно, цена деления шкалы $\Delta T^{дел} = \dfrac{2ST_0 \Delta L_1}{V + LS/2} \approx 1{,}2$ К.

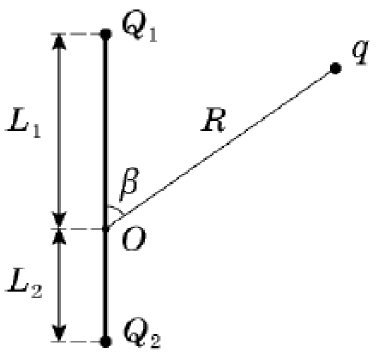
Таким образом, шкала термометра, показывающего разность температур T_1–T_2 должна выглядеть так:



Критерии оценивания:

1.	Уравнения состояния для новых температур сосудов	2 балла
2.	Связь между смещением поршня и разностью температур	3 балла
3.	Вывод о линейности шкалы	1 балл
4.	Определение цены деления шкалы термометра	2 балла
5.	Рисунок с оцифрованной шкалой	2 балл

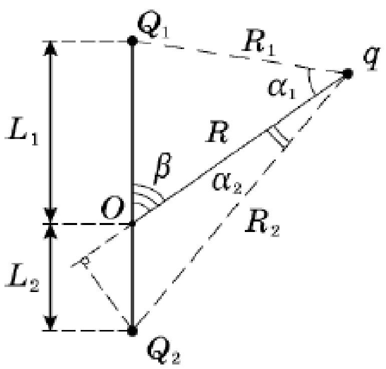
Задача 4. И так можно измерять. В точке O к стержню привязана непроводящая нить длиной R с зарядом q на конце. Известный эталонный заряд Q_2 и измеряемый заряд Q_1 установлены на расстояниях L_2 и L_1 от точки O. Все заряды одного знака и могут считаться точечными.



- Найдите величину заряда Q_1, если в состоянии равновесия нить отклонена на угол β от отрезка, соединяющего заряды Q_2 и Q_1.
- Какой величины заряды Q_1 можно измерить таким способом в случае, если $L_1 = 2\,L_2$, $R = 3\,L_2$?

Возможное решение

Условие равновесия заряда на конце нити: равенство нулю суммы кулоновских сил со стороны Q_1 и Q_2 и натяжения нити, направленного к точке O.



Исключим натяжение, рассмотрев составляющие кулоновских сил, поперечные нити. Из условия равновесия следует

$$\frac{Q_1 \sin\alpha_1}{R_1^2} = \frac{Q_2 \sin\alpha_2}{R_2^2}, \qquad (1)$$

где R_1 и R_2 расстояния от конца нити до зарядов, а α_1 и α_2 углы, образуемые кулоновскими силами с нитью.

Поскольку $R_1 \sin\alpha_1 = L_1 \sin\beta$, $R_2 \sin\alpha_2 = L_2 \sin\beta$ (2)

и $$\frac{Q_1 L_1}{R_1^3} = \frac{Q_2 L_2}{R_2^3}, \quad \text{то} \quad Q_1 = Q_2 \left(\frac{L_2}{L_1}\right)\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \qquad (3)$$

Из теоремы косинусов находим $R_1^2 = R^2 + L_1^2 + 2RL_1\cos\beta$, $R_2^2 + L_2^2 + 2RL_2\cos\beta$, (4)

Откуда находим $$Q_1 = Q_2 \left(\frac{L_2}{L_1}\right)\left(\frac{R^2 + L_1^2 - 2RL_1\cos\beta}{R^2 + L_2^2 + 2RL_2\cos\beta}\right)^{3/2} \qquad (5)$$

При нити, отклонённой от прямой, соединяющей заряды Q_1 и Q_2, равновесие устойчиво так как с изменением β возникнет возвращающая сила. При $\beta = 0$ и 180° равновесие будет при любом Q_1, но оно не обязательно устойчиво.

Минимальный измеримый заряд $Q_{\min}$ достигается при стремлении β к 0, а максимальный $Q_{\max}$ – к 180°. (6)

При указанных в условии значениях $L_1 = 2L_2$, $R = 3L_2$ получим, что при

$$Q_{\min} = \frac{1}{128} Q_2 \text{ и } Q_{\max} \geq \frac{10^3}{128} Q_2 = \frac{125}{16} Q_2. \quad (7)$$

Критерии оценивания:

1.	Условие равновесия заряда на конце нити (условие (1))	2 балла
2.	Установлены тригонометрические соотношения (2)	1 балл
3.	Получено выражение (3)	1 балл
4.	Получено выражение (4)	1 балл
5.	Получено выражение (5)	2 балла
6.	Записано условие устойчивости равновесия	1 балл
7.	Получен ответ (7)	2 балла

Задача 5. Составной конденсатор. Электрическая цепь состоит из катушки индуктивностью L, трёх пластин (1, 2, 3) площадью S и ключа. Расстояние между пластинами равны d и $2d$ (рис. 1). Внешние пластины имеют заряды q и $-q$.

1) Определите максимальную силу тока через катушку после замыкания ключа.

2) Определите максимальную силу тока через катушку после замыкания ключа в случае, если половина пространства между пластинами 1 и 2 заполнена диэлектриком с проницаемостью ε (рис. 2).

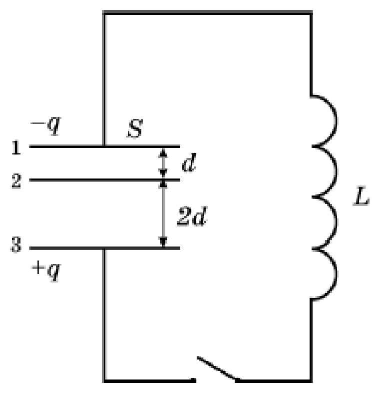


Рис. 1

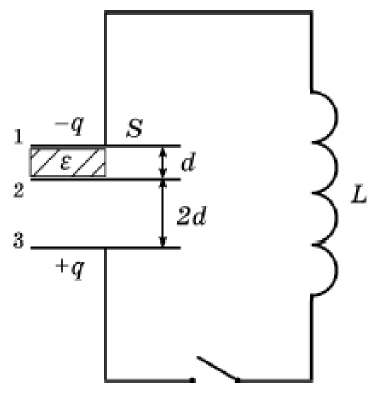


Рис. 2

Возможное решение

1) Три пластины представляют собой два последовательно соединённых конденсатора емкостью $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$. Заряд на обоих конденсаторах равен q. Ёмкость эквивалентного конденсатора $C_{Экв} = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}$.

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{q^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}. \qquad (1)$$

Из записанных уравнений найдём $I_{\max} = q\sqrt{\frac{3d}{\varepsilon_0 SL}}$.

2) Верхний конденсатор можно представить как два, соединённых параллельно: $C_{11} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S/2}{d}$, $C_{12} = \frac{\varepsilon_0 S/2}{d}$. Их суммарная емкость $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(1+\varepsilon)$.

В рассматриваемом случае закон сохранения выглядит так же как (1). После подстановки в него выражений для C_{11} и C_{12}, получим:

$$I_{\max} = q\sqrt{\frac{2d}{\varepsilon_0 SL}\frac{2+\varepsilon}{1+\varepsilon}}.$$

Критерии оценивания:

Случай (1)

1.	Записан закон сохранения энергии	2 балла
2.	Получено выражение для максимума силы тока	2 балл
3.	Найдена максимальная сила тока	1 балл

Случай (2)

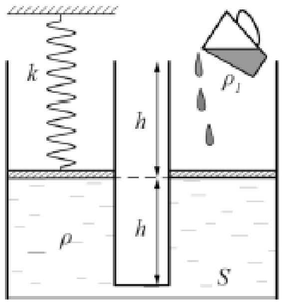
4.	Записан закон сохранения энергии	2 балла
5.	Получено выражение для максимума силы тока	2 балл
6.	Найдена максимальная сила тока	1 балл

§3. Задачи для самостоятельной работы

9 класс

Задача 1. От дуба до берёзы... (Замятнин М.). Автомобиль и мотоцикл (одновременно с линии старта) начинают равноускоренное движение из состояния покоя по прямой дороге. Через некоторое время автомобиль проезжает мимо дуба, разогнавшись до скорости υ_1. Мотоцикл, достигнув скорости υ_2 = 10 м/с, поравнялся с тем же дубом, когда автомобиль уже находился у берёзы и двигался со скоростью υ_3 = 40 м/с. Определите с какой скоростью υ_4 мотоцикл проедет мимо берёзы. Чему равна скорость υ_1?

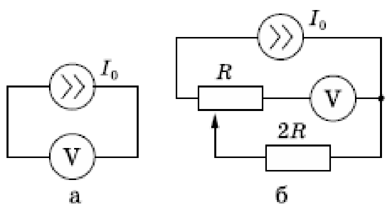
Задача 2. Сообщающиеся сосуды (2). (Кутелев К.). В сообщающихся сосудах высотой $2h$ и площадью горизонтального сечения S находится жидкость плотностью ρ. Справа жидкость закрыта тонкими лёгким поршнями, а слева такой же поршень подвешен на лёгкой пружине жесткости k. В начальный момент оба сосуда заполнены наполовину. В правый сосуд доливают жидкость плотностью ρ_1 до его заполнится. Определите смещения поршней.



Задача 3. Теплоотдача. (Кармазин С.). Замкнутая цепь состоит из последовательно включенных идеального источника тока с напряжением U, резистора с сопротивлением r и провода, длина которого L_1, диаметр d, изготовленного из материала с удельным сопротивлением ρ. При протекании тока по проводу он нагревается до температуры t_1. Какой длины L_2 должен быть провод из того же материала с тем же диаметром, чтобы разность между температурой провода t_2 и температурой t_0 окружающей среды стала в n = 4 раза меньше, чем в первом случае?

Примечание. Закон Ньютона-Рихмана: поток тепла через единицу поверхности (выражается в Вт/м²) на границе двух сред пропорционален разности их температур: $q = \alpha\,\Delta t$, где α – коэффициент пропорциональности.

Задача 4. Источник тока. (Замятнин М.). Идеальный источник постоянного тока поддерживает силу тока I_0 через любой подключенный к нему резистор, независимо от его сопротивления.



Подключенный к такому источнику вольтметр (рис. а) показывает напряжение U_1 = 12 В. В каком диапазоне будут изменяться показания вольтметра при смещении ползунка реостата в цепи, схема которой приведена на рис. б? Сопротивление вольтметра равно R.

10 класс

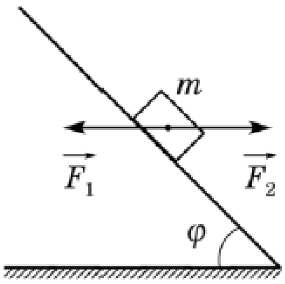
Задача 1. Правильный нагрев. (Кармазин С.). Последовательная электрическая цепь состоит из идеального источника с напряжением U, резистора с сопротивлением R_0 и провода круглого сечения радиуса r и длиной L. До какой максимальной температуры $T_М$ может нагреться провод при правильном выборе материала, из которого он изготовлен? Температура в помещении T_0. Мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур $\Delta T = T - T_0$, где T – температура провода, и площади его боковой поверхности. Коэффициент пропорциональности α известен. Температурным изменением сопротивления и теплоотдачей с торцов провода можно пренебречь.

Задача 2. Глюк на автомобиле. (Колдунов Л.). Экспериментатор Глюк ехал на автомобиле. В момент проезда мимо дома своего друга теоретика Бага Глюк решил измерить зависимость своей **средней** скорости от времени. Получившиеся результаты он свел в таблицу. Скорость изменялась монотонно

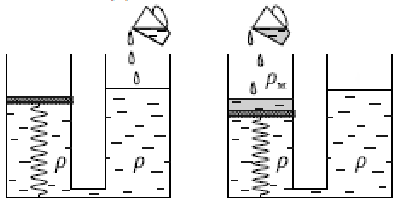
t, мин	2	4	6	8	10
V, км/ч	56	52	49	43	39

Известно, что Глюк достаточно точно измеряет время, а скорость он определяет с погрешностью ±1 км/ч. Найдите максимальное удаление экспериментатора от дома Бага. В какой момент времени это произойдет? Чему будет равна в этот момент средняя скорость перемещения? Найдите путь, пройденный экспериментатором к 20 минуте движения.

Задача 3. Горизонтальные силы. (Колдунов Л.). На наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\varphi = 45°$, расположено тело массы $m = 1$ кг (рис.). Коэффициент трения между плоскостью и телом $k = 0,5$. В первом случае на тело действуют горизонтальной силой $F_1 = 5$ Н, направленной влево, во втором случае действуют горизонтальной силой $F_2 = 5$ Н, направленной вправо. Чему равно отношение α силы трения в первом и во втором случаях?



Задача 4. Сообщающиеся сосуды (3). (Кутелев К.). В двух высоких сообщающихся сосудах одинакового сечения находится небольшое количество жидкости неизвестной плотности ρ. В левом сосуде жидкость закрыта удерживаемым пружиной поршнем. Если начать наливать жидкость в правый сосуд, то ее уровень в нем будет расти на 10% быстрее, чем в левом (рис. а). Если же в левый сосуд на поршень наливать мед с плотностью $\rho_М = 1,6$ г/см^3, то некоторое время верхняя граница меда будет оставаться на одной высоте (рис. б). Определите плотность $\rho_х$ неизвестной жидкости.



а б

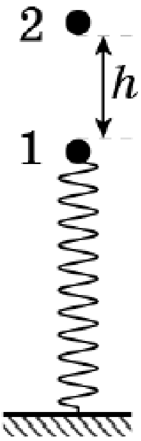
11 класс

Задача 1. Двойная комета. (Слободянин В.). В 2016 году с помощью космического телескопа Hubble астрономы обнаружили в поясе астероидов между орбитами Марса и Юпитера необычный объект 288P: два астероида примерно одинаковой массы на орбите друг у друга, и при этом обладающие свойствами комет (яркое ядро и длинный хвост).

Расстояние между центрами астероидов L = 100 км, период их обращения друг относительно друга T = 3 суток, средняя плотность вещества из которого состоят астероиды $\rho = 0{,}6$ г·см$^{-3}$. Определите диаметр D каждого из астероидов, считая, что астероиды – это два шара одинаковой массы.

Примечание. Гравитационная постоянная $G \approx 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2 кг$^{-2}$.

Задача 2. Два шарика и пружина. (Иоголевич И.). На легкой пружине закреплен небольшой по размерам шарик, как показано на рисунке. Другой конец пружины прикреплен к горизонтальному столу.

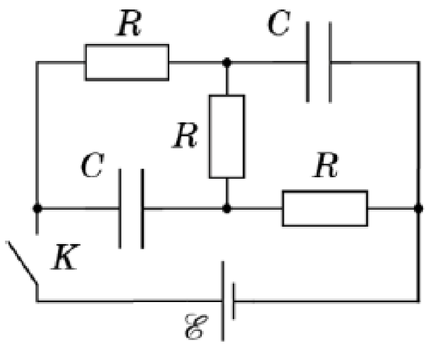


С высоты h без начальной скорости отпускают второй точно такой же шарик.

Известно, что после первого центрального упругого удара, следующее столкновение шаров происходит, когда первый шар оказывается в нижней точке своей траектории.

Чему равно время между первым и вторым столкновениями шаров?

Задача 3. *RC*-мост. (Иоголевич И.). Из трех одинаковых резисторов сопротивлением R и двух одинаковых конденсаторов электрической ёмкостью C собрана электрическая цепь (мостовая схема) и через ключ подключена к идеальной батарейке. Первоначально конденсаторы не заряжены.



1) Определите силу тока и его направление в каждом из резисторов сразу после замыкания ключа. Сделайте поясняющий рисунок № 1.

2) Определите силу тока и его направление в каждом из резисторов по истечение продолжительного времени, прошедшего после замыкания ключа. Сделайте поясняющий рисунок № 2.

3) Какие заряды (укажите величину и полярность) установятся на конденсаторах спустя длительное время после замыкания ключа? Знаки зарядов пластин конденсатора укажите на рис. № 2.

Задача 4. Трубка Торричелли. (Кармазин С.). Летом в горной местности с резко континентальным климатом экспериментатор Глюк решил повторить опыт Торричелли и соорудил водяной барометр. Первоначально он удивился, обнаружив существенные изменения в показаниях барометра в течение дня, несмотря на то, что находящийся рядом барометр портативной метеостанции постоянно показывал давление $p_0 = 700$ мм.рт.ст. Но потом он понял, что причина этих изменений связана с тем, что трубка Торричелли расположена на солнечной стороне горного склона и показания расположенного рядом с ней термометра изменяются в течение суток от 0°С до 40°С. Зависимость высоты столба воды в трубке h от температуры t °С, полученная в эксперименте, приведена в таблице. Используя эти данные, определите плотность насыщенных водяных паров $\rho_{нп}$ для 9 различных температур, заполните пустой столбец таблицы и постройте график зависимости $\rho_{нп}$ (t°С). Плотность ртути $\rho_{рт} = 13\ 600$ кг/м^3.

№	t, °С	h,(м)	$\rho_{нп}$
1	0	9,46	
2	5	9,43	
3	10	9,40	
4	15	9,35	
5	20	9,29	
6	25	9,20	
7	30	9,10	
8	35	8,96	
9	40	8,78	

Заключение

Физика – непростая наука, но ее знания дают людям отличные ориентиры в профессиях и значительно облегчают жизнь.

Основными целями и задачами олимпиад по физике являются:

- повышение интереса школьников к занятиям физикой;
- более раннее привлечение школьников, одарѐнных в области физики, к систематическим внешкольным занятиям;
- выявление на раннем этапе способных и талантливых учеников в целях более эффективной подготовки сборной к международным олимпиадам;
- стимулирование всех форм работы с одарѐнными детьми и создание необходимых условий для поддержки одарѐнных детей;
- выявление и развитие у обучающихся творческих способностей и интереса к научно-исследовательской деятельности в области физики, в том числе в области физического эксперимента;
- популяризация и пропаганда научных знаний.

Рекомендации по подготовке к олимпиаде

- Работать каждый день обязательно. Решая задачи ежедневно, Вы держите свой мозг «в тонусе», он постоянно перерабатывает «физический» материал, устанавливает связи между блоками информации «без вашего ведома».
- Найти хорошего консультанта или репетитора. Это не всегда школьный преподаватель, по крайней мере, он должен интересоваться олимпиадными задачами, уметь их решать. При этом обязательно брать во внимание уровень своих знаний и проконсультировать по самостоятельно осваиваемому материалу может и учитель.
- Изучать материал дополнительно обязательно, особенно, если не учишься в специализированном классе с углубленным изучением физики. Курс физики в школе — это лишь основа, информация в минимальном объеме. Правильная подготовка к олимпиаде по физике

предполагает расширение границ школьной базы. Дополнительную информацию необходимо штудировать самому из полезных источников, включая сборники олимпиадных задач. Хорошим подспорьем будет пятитомник Г.Я.Мякишева – учебники для углубленного изучения физики.

- Готовиться с одноклассником, сверстником. Совместные занятия, соревнования в выполнении тестов по предмету сделают подготовительный этап интересным и продуктивным. Вдвоем легче искать решения, разбирать сложные моменты. Полезно решить максимум тестов и вариантов задач на этапе подготовки, акцентироваться и на прошлогодних задачах разных этапов. Необходимо найти разные источники с олимпиадными задачами и их решениями, в том числе – на сайтах Интернета.

Список литературы

1. Алешкевич В.А., Грачев А.В., Грибов В.А. Задачи вступительных экзаменов и олимпиад по физике в МГУ в 2000. Изд-во физического факультета МГУ, 2000.
2. Баканина Л.П., Белонучкин В.Е., Козел С.М. Сборник задач по физике для 10-11 классов с углубленным изучением физики /Под редакцией С.М.Козелла, М.: Вербум 2003.
3. Белолипецкий С.Н. Олимпиадные задачи по физике для учащихся десятых классов: учеб. пособие / С.Н. Белолипецкий. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. 46с.
4. Всероссийские олимпиады по физике. 1992-2004 / Науч. редакторы: С.М.Козел, В.П.Слободянин. М.: Вербум, 2005.
5. Гурский И.П. Элементарная физика с примерами решения задач. М.: Наука, 1984.
6. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986 – 2005. Приложение: олимпиады 2006 и 2007: Под ред. М.В. Семёнова, А.А. Якуты. 2-е изд., испр. и доп. М.: МЦНМО, 2007.
7. Задачи по физике / Под редакцией О.Я.Савченко. Новосибирск; Новосибирский государственный университет. 2008.
8. Зильберман А.Р. Школьные физические олимпиады. М.: МЦНМО, 2009. 256с.
9. Кабардин О.Ф., Орлов В.А. Международные физические олимпиады школьников / Под редакцией В.Г.Разумовского. М.: Наука, 1985.
10. Кондратьев А.С., Бутиков Е.И., Быков А.А. Физика в примерах и задачах. Издательство МЦНМО, 2008.
11. Кондратьев А.С., Уздин В.М. Физика. Сборник задач. М.: Физматлит, 2005.
12. Кузнецов С.И. Краткий курс физики: учебное пособие / С.И. Кузнецов, К.И. Рогозин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 215 с.
13. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Мельников Л.А., Савин А.В., Шевцов В.Н. 50 олимпиадных задач по физике. – Саратов: изд-во «Научная книга», 2006, 60 с.
14. Манида С.Н. Физика. Решение задач повышенной сложности. Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2004.
15. Олимпиады по физике: 7-11классы:(2016 год)/ Г.С.Кембровский [и др.]; под ред.А.И.Слободянюка. Минск: Аверсэв, 2017. 464 с.
16. Пособие для подготовки к олимпиаде по физике: учеб.-метод. пособие. / Е. П. Татьянина, и [др.] Воронеж: ФГБОУ ВО «ВГТУ», 2019.
17. Савченко Н.Е. Решение задач по физике. Минск: Высш. шк., 1988.
18. Слободецкий И.Ш., Орлов В.А. Всесоюзные олимпиады по физике: Пособие для учащихся. М.: Просвещение, 1982.
19. Черноуцан А.И. Физика. Задачи с ответами и решениями. М.: Высшая школа, 2008.
20. https://olimpiada.ru/activity/74/tasks/2018
21. https://olymp.hse.ru/mmo/materials-physics
22. http://vserosolymp.rudn.ru/mm/mpp/fiz.php
23. http://4ipho.ru/arhivy-zadach/arhivy-zadach-2009-2018/
24. https://v-olymp.ru/volmp_physic/index.php
25. https://vos.olimpiada.ru/main/table/tasks/#table

Ответы и решения задач для самостоятельной работы

9 класс

Задача 1. От дуба до берёзы...

Возможное решение.

Пусть автомобиль доехал до берёзы, а мотоцикл до дуба за время τ. Ускорение автомобиля $a_A = \frac{\upsilon_3}{\tau}$, а ускорение мотоцикла, $a_M = \frac{\upsilon_2}{\tau}$.

Расстояние от места старта до дуба $L_Д = \frac{a_M \tau^2}{2} = \frac{a_A t_1^2}{2}$. (1)

Здесь t_1 - время проезда автомобиля до дуба.

Из этого соотношения находим $t_1 = \tau\sqrt{\frac{a_M}{a_A}} = \tau\sqrt{\frac{\upsilon_2}{\upsilon_3}}$. (2)

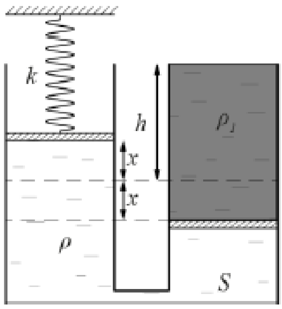
Скорость $\upsilon_1 = a_A t_1 = \frac{\upsilon_3}{\tau}\tau\sqrt{\frac{\upsilon_2}{\upsilon_3}} = \sqrt{\upsilon_2\upsilon_3} = 20$ м/с .

$\frac{\upsilon_4}{\upsilon_2} = \frac{\upsilon_3}{\upsilon_1}$ откуда следует $\upsilon_4 = \frac{\upsilon_3\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\upsilon_3\upsilon_2}{\sqrt{\upsilon_3\upsilon_2}} = \sqrt{\upsilon_3\upsilon_2} = 20$ м/с .

Критерии оценивания

1) Записано выражение для ускорения автомобиля и мотоцикла (по 1 баллу)	2 балла
2) Установлена связь между ускорениями автомобиля и мотоцикла	2 балла
3) Установлена связь между временем t_1 и τ	2 балла
4) Найдена скорость υ_1	2 балла
5) Найдена скорость υ_4	2 балла

Задача 2. Сообщающиеся сосуды



Возможное решение. Заметим, что равенство уровней жидкости означает, что на поршни не действуют силы со стороны жидкости, а значит и со стороны пружины. Это говорит о том, что вначале пружина не растянута. Атмосферное давление в открытых сосудах не влияет на результат.

Пусть при доливании жидкости поршни сместятся на x вверх и вниз соответственно. Рассмотрим равенство давлений в жидкости на уровне раздела(под правым поршнем):

$$\frac{k\,x}{S} + 2\rho g x = \rho_1 g(h + x)$$

$$x = \frac{\rho_1 g h}{2\rho g - \rho_1 g + \frac{k}{S}} \quad (1)$$

Отметим, что знаменатель данного выражения имеет особенность: он может обращаться в ноль при достаточно большой $\rho_1 \geq 2\rho + \frac{k}{gS}$. Однако уже при вдвое меньшей плотности $\rho_{1\text{крит}} = \rho + \frac{k}{2gS}$ смещение x будет больше h, и тяжелая жидкость будет перетекать в левый сосуд полностью вытесняя легкую жидкость. Таким образом, при $\rho_1 < \rho_{1\text{крит}}$ ответом служит выражение (1). При $\rho_1 \geq \rho_{1\text{крит}}$, $x = h$.

Критерии оценивания

1) Отсутствие начальной деформации пружины	1 балл
2) Связь смещения поршней с перепадом уровней жидкости	1 балл
3) Выражение для равенства давлений в жидкости на нужном уровне	2 балла
4) Выражение для x	2 балла
5) Анализ случая полного вытеснения и окончательный ответ	4 балла

Задача 3. Теплоотдача

Возможное решение. Согласно условию, количество тепла, выделяющееся в проводе при протекании по нему электрического тока, равно количеству тепла, рассеиваемому проводом в окружающее пространство. В первом случае, при длине провода L_0

$(U^2R_0)/(r+R_0)^2 = \alpha(T_1\text{-}T_0)\pi d\, L_0$ (1)

где $R_0 = (\rho\; L_0/S)$ – сопротивление провода (3)

$S = (\pi d^2)/4$ – площадь сечения провода (4)

α – коэффициент пропорциональности.

Во втором случае, когда длина провода равна L_1, а сопротивление

$R_1 = (\rho L_1/S)$ соответственно (5)

уравнение теплового баланса принимает вид

$(U^2R_1)/(r+R_1)^2 = \alpha(T_2\text{-}T_0)\pi d\, L_1$ (2)

Так как по условию $(T_2\text{-}T_0) = (T_1\text{-}T_0)/4$ из (1) и (2) с учетом (3)-(5) окончательно получаем

$L_1 = 2L_0 + (\pi r d^{\,2})/(4\rho)$

Критерии оценивания

1. Используется идея равенство тепловых потоков, получаемого проводом при прохождении по нему электрического тока и отдаваемого проводом при теплопередаче 2 балла
2. Правильно записано выражение для электрической мощности (для двух случаев) 2 балла
3. Правильно записано выражение для мощности теплоотдачи (для первого и второго случая) 2 балла

4. Правильно записано выражение для величины сопротивления провода — 1 балл
5. Правильно записано выражение для площади боковой поверхности провода — 1 балл
6. Решена система уравнений и получен ответ — 2 балла

Задача 4. Источник тока

Возможное решение.

Выразим I_0 через U_1 и R: $I_0 = \frac{U_1}{R}$.

Пусть сопротивление части резистора правее ползунка равно r, а части левее ползунка, соответственно, $R - r$. Запишем систему уравнений для цепи (рис. 6).

$$(R+r)I_1 = 2RI_2. \quad (R+r)I_1=2RI_2$$

$$I_1 + I_2 = I_0.$$

Здесь I_1 и I_2 – это силы токов в участках цепи, содержащих вольтметр и резистор сопротивлением $2R$. Решая эту систему уравнений относительно силы тока I_1, текущего вольтметр, получим: $I_1 = I_0\left(\frac{2R}{3R+r}\right)$.

Показание вольтметра $U = I_1R = I_0R\left(\frac{2R}{3R+r}\right) = U_1\left(\frac{2R}{3R+r}\right)$.

Если ползунок сместить влево, то $U = U_1\left(\frac{2R}{3R+R}\right) = \frac{1}{2}U_1 = 6\text{ В}$.

Если ползунок сместить вправо, то $U = U_1\left(\frac{2R}{3R}\right) = 8\text{ В}$.

Таким образом, диапазон показаний вольтметра [6 В; 8 В].

Критерии оценивания.

1) Получена связь U_1 и I_0. — 1 балл
2) Ползунок сместить влево. Найдено показание вольтметра в этом случае — 2 балла
   Ползунок сместить вправо.
3) Найдено отношение силы тока в верхней и нижней ветвях — 2 балла
4) Найдена сила тока в верхней ветви — 2 балла
5) Найдено показание вольтметра в этом случае — 2 балла
6) Явно указан диапазон изменения показаний вольтметра (от 6 В до 8 В) — 1 балл

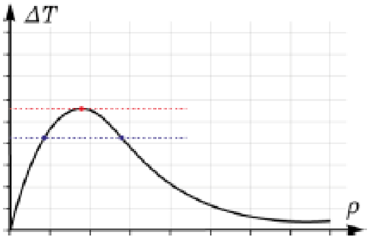
10 класс

Задача 1. Правильный нагрев

Решение. Тепловое равновесие наступит при равенстве количества тепла, выделяемого в единицу времени в проводе при прохождении по нему электрического тока, и отдаваемого проводом в окружающее пространство.

Тепловая мощность, связанная с током: $N = I^2 R_{пр} = \left(\frac{U}{R_0+R_{пр}}\right)^2 R_{пр} = \frac{U^2 \rho l}{\pi r^2 \left(R_0 + \frac{\rho l}{\pi r^2}\right)^2}$

Тепловая мощность, выдаваемая проводом в окружающее пространство: $N = 2\pi r l \alpha \Delta T$



Приравниваем мощности и выражаем ΔT:

$$\Delta T = \frac{U^2 \rho r}{2\alpha(\pi r^2 R_0 + \rho l)^2}$$

Отметим, что $\Delta T = 0$ при $\rho = 0$ и при ρ стремящейся к бесконечности. Это означает наличие максимума у данной зависимости.

Необходимо найти, при каком параметре ΔT уравнение на ρ: $2\alpha(\pi r^2 R_0 + \rho l)^2 \Delta T = U^2 \rho l$ имеет только одно решение. Для этого дискриминант полученного квадратного (относительно ρ) уравнения должен быть равен 0.

$$\rho^2(2\alpha l^2 \Delta T) + \rho(4\alpha l \Delta T \pi r^2 R_0 - U^2 l) + (2\alpha \Delta T \pi^2 r^4 R_0^2) = 0$$

$$D = (4\alpha l \Delta T_{MAX} \pi r^2 R_0 - U^2 l) - 4(2\alpha \Delta T_{MAX} \pi^2\, r^4\, R_0^2\,)(2\alpha l^2 \Delta T_{MAX}) = 0$$

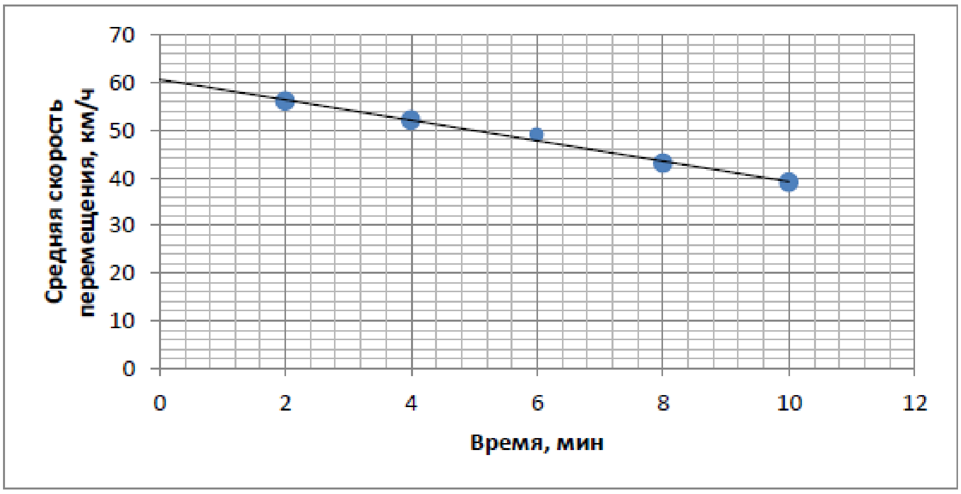
В результате $\Delta T_{MAX} = \frac{U^2}{8\pi \alpha l r R_0}$.

Критерии оценивания:

1. Сформулировано условие теплового равновесия в стационарном режиме, заключающееся в равенстве потребляемой электрической мощности и мощности теплоотдачи — 1 балл
2. Правильно записано выражение для электрической мощности в проводе через напряжение источника и сопротивления — 1 балл
3. Правильно записано сопротивление провода через удельное сопротивление и геометрические параметры — 1 балл
4. Правильно записано выражение для мощности теплоотдачи — 1 балл
5. Получена зависимость температуры провода от удельного сопротивления материала — 2 балла
6. Предложен метод поиска максимума полученной зависимости — 1 балл
7. Получен правильный результат — 3 балла

Задача 2. Глюк на автомобиле

Возможное решение. Построим график зависимости средней скорости перемещения от времени.



Видно, что зависимость линейная и ее можно записать, как

$$\langle V \rangle = V_0 - \frac{V_0}{t_0}t,$$

где $V_0 = 60$ км/ч, а $t_0 = 30$ мин.

По определению, средняя скорость перемещения $\langle V \rangle = \frac{x}{t}$, следовательно

$$x = V_0 t - \frac{V_0}{t_0}t^2.$$

Зависимость $x(t)$ - парабола ветви которой направлены вниз. Вершина параболы соответствует моменту времени, когда Глюк максимально удалился от дома Бага:

$$t_{max} = \frac{t_0}{2} = 15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{часа}.$$

Величина средней скорости в этот момент будет равна 30 км/ч, а удаление от дома теоретика Бага 7,5 км. Путь, который проедет Глюк к 20 минуте движения 8,3 км.

Критерии оценивания

Построен график зависимости средней скорости перемещения от времени или проверено, что зависимость линейная любым другим рабочим способом	1 балл
Получена формула $\langle V \rangle = V_0 - \frac{V_0}{t_0}t$.	1 балл
Установлено, что $V_0 = 60$ км/ч, а $t_0 = 30$ мин.	1 балл
Показано, что $x = V_0 t - \frac{V_0}{t_0}t^2$.	2 балла
Найдено время, при котором расстояние от дома Бага до Глюка максимально	2 балла
Найдено значение средней скорости в этот момент времени	1 балл
Найден путь, который прошел Глюк к 20 минуте движения	2 балла

Задача 3. Горизонтальные силы

Возможное решение. 1) Рассмотрим случай, когда сила F направлена влево. Сумма проекций сил F и mg на наклонную плоскость равна $\frac{1}{\sqrt{2}}(mg - F)$. Нормальная реакция опоры $N = \frac{1}{\sqrt{2}}(mg + F)$, а максимально возможное значение силы трения для этого случая равно $F_{\text{тр}} = \frac{\mu}{\sqrt{2}}(mg + F)$. Заметим, что это больше, чем сумма всех остальных сил вдоль наклонной плоскости. Следовательно, в первом случае сила трения равна силе трения покоя, т.е. она равна $F_{\text{тр.1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(mg - F)$,

2) Теперь рассмотрим случай, когда сила F направлена вправо. Сумма проекций сил F и mg на наклонную плоскость равна $\frac{1}{\sqrt{2}}(mg + F)$. Нормальная реакция опоры $N = \frac{1}{\sqrt{2}}(mg - F)$. а максимально возможное значение силы трения $F_{\text{тр.2}} = \frac{\mu}{\sqrt{2}}(mg - F)$. Получаем, что в этом случае сила трения это сила трения скольжения, т.е. она равна $F_{\text{тр.2}}$.

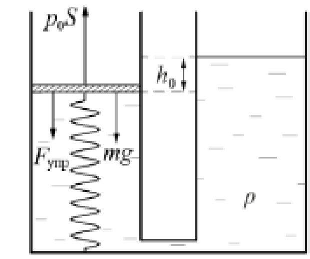
Разделив одну силу трения на другую получаем, что верный ответ: $\mu^{-1} = 2$.

Критерии оценивания.

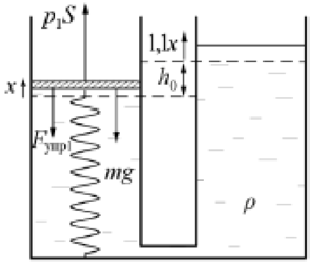
1) Найдена нормальная реакция опоры в случае (1)	1 балл
2) Найдена максимально возможная сила трения в случае (1)	1 балл
3) определена сила трения в случае (1)	2 балла
4) Найдена нормальная реакция опоры в случае (2)	1 балл
5) Найдена максимально возможная сила трения в случае (2)	1 балл
6) определена сила трения в случае (2)	2 балла
7) Получен ответ	2 балла

Задача 4. Сообщающиеся сосуды

Возможное решение. Для двух открытых сосудов влияние атмосферного давления можно не учитывать.



а



б

Рассмотрим начальную ситуацию (рис. *а*): Равновесие поршня определяется условием: $p_0S = F_{\text{упр}} + mg$.

Где p_0 – гидростатическое давление под поршнем, $F_{\text{упр}}$ – сила упругости пружины, m – масса поршня. Расписывая силы через геометрические параметры получим:

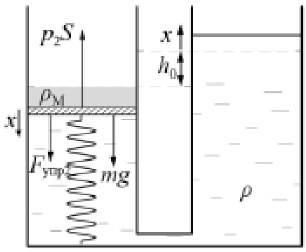
$$\rho g h_0 = \frac{mg + kx_0}{S} \qquad (1)$$

Где h_0 – разность уровней жидкости в сосудах, x_0 – начальная деформация пружины, S – площадь поршня.

При первом варианте развития событий (рис. *б*) поршень сдвигается вверх на x, а жидкость в правом сосуде на $1{,}1x$. Тогда условие равновесия поршня примет вид:

$$\rho g(h_0 + 1{,}1x - x) = \frac{mg + k(x_0 + x)}{S} \qquad (2)$$

Вычтем выражение 1 из выражения 2 и сократим на x:



в

$$\frac{k}{s} = 0{,}1\rho g$$

(3)

При втором варианте развития событий (рис. *в*) поршень сдвигается вниз на x и столько же меда доливается сверху. Жидкость в правом сосуде поднимается на x (из условия несжимаемости). Тогда условие равновесия поршня примет вид:

$$\rho g(h_0 + x + x) = \frac{mg + k(x_0 - x)}{s} + \rho_м g x \qquad (4)$$

Вычтем выражение 1 из выражения 4 и сократим на x: $\rho_м g - \frac{k}{s} = 2\rho g$ (5)

Прибавим выражение 3, и окончательно получим $\rho = \frac{\rho_м}{2{,}1} = \frac{1{,}6}{2{,}1} \approx 0{,}76\,\frac{г}{см^3}$

Критерии оценивания

1) Учет атмосферного давления (или аргументированный отказ от него)	1 балл
2) Описание начальной ситуации (массивность поршня, деформация пружины перепад уровней жидкости)	1 балл
3) Описание первой ситуации	
3.1) Связь смещений и перепада уровней жидкости	1 балл
3.2) Условие равновесия поршня (или его аналог)	1 балл
3.3) Получение выражения (3)	1 балл
4) Описание второй ситуации	
4.1) Связь смещений и перепада уровней жидкости и меда	1 балл
4.2) Условие равновесия поршня (или его аналог)	1 балл
4.3) Получение выражения (5)	1 балл
5) Окончательные рассчеты и ответ	2 балла.

11 класс

Задача 1. Двойная комета

Возможное решение

Запишем выражение для массы астероида: $M = \frac{\pi}{6}\rho D^3$.

Центростремительное ускорение астероидов обеспечивает сила их взаимного притяжения:

$$\omega^2\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{4\pi^2}{T^2}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{GM}{L^2}.$$

Из этих двух уравнений получим:

$$D = L\left(\frac{12\pi}{\rho G T^2}\right)^{1/3} \approx 24 \text{ км.}$$

Примечание. Из фотографии видно, что диаметра астероидов соизмерим с расстоянием между ними, что и подтвердилось нашими расчётами.

Критерии оценивания.

Дано выражение массы астероида через его диаметр	2 балла
Записано выражение для центростремительного ускорения астероида	3 балла
Получена формула для диаметра астероида	3 балла
Получено численное значение диаметра астероида	2 балла

Задача 2. Два шарика и пружина

Возможное решение (1)

Энергия упругой деформации пружины с лежащим не ней шариком $U_1 = \frac{1}{2}k\left(\Delta L\right)^2$ (1)

где $k\Delta L = mg$. (2)

Пусть после столкновения шариков длина пружины уменьшилась ещё на L. Теперь энергия пружины равна $U_2 = \frac{1}{2}k\left(L + \Delta L\right)^2$, (3)

а изменение энергии $U_{12} = \frac{1}{2}k\left(L + \Delta L\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\Delta L\right)^2 = \frac{1}{2}kL^2 + kL\Delta L$. (4)

Т.к. столкновение шариков абсолютно упругое, шарики обмениваются импульсами.

Из закона сохранения энергии следует: $mg(h+L) = \frac{1}{2}kL^2 + kL\Delta L$, или, с учётом уравнения (2): $mgh = \frac{1}{2}kL^2$. (5)

Для пружинного маятника справедливо соотношение: $\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m}$. (6)

Отсюда уравнение (5) примет вид: $gh = \frac{1}{2}\omega^2 L^2 = \frac{2\pi^2}{T^2}L^2$. (7)

Падение первого шарика можно описать уравнением: $L = \frac{g\tau^2}{2}$, где $\tau = T/4$. (8)

Из (4) и (5) следует: $\frac{ghT^2}{2\pi^2} = L^2 = \left(\frac{g}{2}\left(\frac{T}{4}\right)^2\right)^2$.

После алгебраических преобразований получим: $\tau = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Критерии оценивания

Получено выражение для изменения потенциальной энергии пружины после столкновения шариков (уравнение (4))		3 балла
за запись изменения потенциальной энергии пружины	2 балла	
за указание на обмен импульсами шаров во время столкновения	1 балл	
Установлена связь между высотой h и сжатием пружины L (уравнение (5))		2 балла
Приведено уравнение для частоты колебания груза на пружине (6)		1 балл
Выражение для времени τ, прошедшего между первым и вторым столкновениями (уравнение (8))		2 балла
Получено окончательное выражение для времени τ		2 балла

Возможное решение (2)

Скорость второго шарика перед столкновением $\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$. (1)

При центральном упругом соударении шарики обмениваются импульсами, поэтому сразу после столкновения $\upsilon_2 = 0$, $\upsilon_1 = \upsilon_0$.

Между первым и вторым столкновениями перемещение шариков $S = A$, где A – амплитуда возникших колебаний первого шарика.

Второй шарик падает свободно, поэтому $A = \dfrac{g\tau^2}{2}$ (2)

Первый шар движется по гармоническому закону, поэтому $A = \dfrac{\upsilon_m}{\omega}$, (3)

где $\upsilon_m = \upsilon_0$ – амплитуда скорости.

Циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, (4)

Между столкновениями проходит четверть периода: $T = 4\tau$. (5)

Из (2) – (5) получим:

$$\frac{g\tau^2}{2} = \frac{\upsilon_0 4\tau}{2\pi},$$

откуда следует $\tau = \dfrac{4}{\pi}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.

Критерии оценивания

Записана формула (1)	1 балл
Указано, что шарики обменялись импульсами	1 балл
Записана формула (2)	1 балл
Приведено соотношение (3)	3 балла
Приведено соотношение (4)	1 балл
Приведено соотношение (5)	1 балл
Получен ответ	2 балла

Задача 3. *RC*-мост

Возможное решение

1) Сразу после замыкания ключа напряжение на конденсаторах равно нулю. Поэтому точки, между которыми подключены конденсаторы, в начальный момент времени имеют равные потенциалы. На рис. № 1 показаны точки равных потенциалов. Сила токов, текущих через каждый из резисторов, $I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$. Направления токов указаны на рисунке.

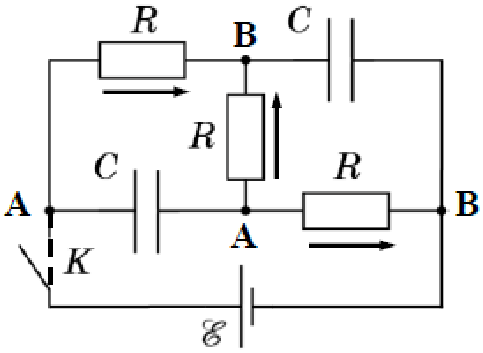


Рис. 1

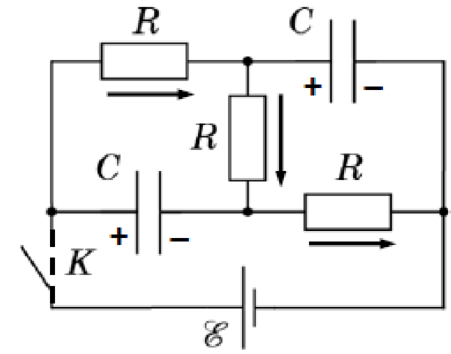


Рис. 2

2) Когда конденсаторы зарядятся, ток в цепи будет течь только через резисторы, а эквивалентное сопротивление цепи будет равно $3R$. Сила тока, текущего через резисторы, будет равна $I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{3R}$. Направления токов указаны на рис. № 2.

3) Напряжения на конденсаторах определяются падением напряжения на резисторах по закону Кирхгофа. В нашем случае $U_C = 2R \cdot I_2 = \dfrac{2}{3}\mathcal{E}$, $q = U_C C = \dfrac{2}{3}\mathcal{E}C$. Полярность конденсаторов указана на рис. № 2.

Критерии оценивания

1) Определена сила тока в резисторах (задание 1)	2 балла
2) На поясняющем рисунке №1 расставлены направления токов через резисторы (если все три указаны правильно)	1 балл
3) Определена сила тока в резисторах (задание 2)	2 балла
4) На поясняющем рисунке №2 расставлены направления токов через резисторы (если все три указаны правильно)	1 балл
5) Определено напряжение на конденсаторах	2 балла
6) Определена величина заряда на каждом из конденсаторов	1 балл
7) Расставлены знаки зарядов на пластинах конденсаторов (если все указаны правильно)	1 балл

Задача 4. Трубка Торричелли

Возможное решение

Давление на уровне поверхности жидкости в сосуде водяного барометра равно атмосферному давлению p_0. Давление в трубке равно сумме давления столба жидкости и давления насыщенных паров $p_{нп}$.

Приравнивая эти давления получаем

$$p_0 = \rho_В g h + p_{НП} \quad \text{или} \quad p_{НП} = p_0 - \rho_В g h. \qquad (1)$$

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} \qquad (2)$$

Окончательно, выражая атмосферное давление через плотность ртути и высоту ртутного столба имеем:

$$\rho_{НП} = \frac{Mg\left(\rho_{Hg}h_0 - \rho_B h\right)}{R\left(T_0 + t^{\circ}\right)} \qquad (3)$$

где h_0 – атмосферное давление, выраженное в метрах ртутного столба, а M - молярная масса воды.

Результаты вычисления по этой формуле приведены в табл.2 и на графике рис.1

№	t°C	h,(м)	$\rho_{нп}$, (г/м^3)
1	0	9,46	4,8
2	5	9,43	7,0
3	10	9,40	9,2
4	15	9,35	12,8
5	20	9,29	17,0
6	25	9,20	23,3
7	30	9,10	30,0
8	35	8,96	39,4
9	40	8,78	51,2

Табл.2

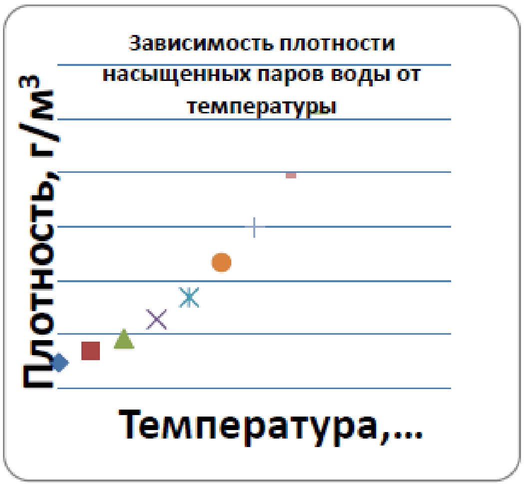


Рис.1

Значения плотности насыщенных паров, полученные участниками олимпиады могут отличаться от приведенных выше в пределах $\pm 0{,}2$ г/м^3. Это отличие может возникнуть из-за различной точностью округления в процессе вычислений у различных участников олимпиады.

Критерии оценивания:

1. Объяснение наблюдаемой зависимости наличием насыщенного пара над водой в трубке — 2 балла
2. Правильно записано условие равновесия столба воды в трубке (уравнение(1)) — 1 балл
3. Выражение для плотности газа (2) — 1 балл
4. Окончательная формула для расчета плотности пара (3) — 1 балл
5. Заполнение таблицы — 3 балла
   указана единица измерения плотности — 1 балл
   правильно вычислены значения плотности не менее, чем в 7 точках — 2 балла
   правильно вычислены значения плотности не менее, чем в 5 точках — 1 балл
6. Построение графика — 2 балла
   подписаны оси, указаны единицы измерения, нанесен равномерный масштаб — 1 балл
   нанесены экспериментальные точки, проведена плавная кривая — 1 балл