

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы по вопросу проведения логико-дидактический анализ темы

Перестройка высшей школы на современном этапе развития общества предъявляет повышенные требования к подготовке будущих учителей. Они должны обладать достаточно глубокими теоретическими и научными знаниями, исследовательскими приемами и навыками их использования, умением принимать самостоятельные квалифицированные решения при организации процесса обучения. Одним из основных компонентов эффективной организации учебного процесса в школе является грамотное проведение логико-дидактического анализа темы.

Выполнение контрольной работы позволяет осмыслить структуру отдельных компонентов учебного материала, систематизировать основные формы организации учебного процесса, средства обучения, формы контроля и оценки. На основе этих знаний и умений можно приступать к логико-дидактическому анализу завершенных в математическом отношении тем. Тема школьного учебника — именно та единица учебного материала, которая позволяет раскрыть логическую и математическую организацию и трактовку взаимосвязанных между собой вопросов, выяснить уровень строгости рассматриваемых фактов, сравнительно четко выделить и сформулировать цели изучения основных вопросов, очертить возможные варианты средств обучения, продумать систему контроля и оценки законченной системы знаний и умений.

Логико-дидактический анализ темы представляет последовательность действий: определение цели обучения теме; логический и математический анализ содержания темы (теоретического и задачного материала); постановка основных учебных задач и выбор соответствующих учебно-познавательных действий; отбор основных средств, методов и приемов обучения; определение форм контроля и оценки процесса и результата учебной деятельности учащихся.

Рассмотрим более подробно каждое из действий логико-дидактического анализа темы.

Определение цели обучения теме.

В ситуации обучения в классе цель изучения темы задается учителем. Следовательно, стоит методическая проблема — обеспечение принятия цели учеником, так как цель, сформулированная учителем, далеко не всегда становится целью деятельности ученика. В таких условиях, как отмечают психологи, связь формируется от цели к мотиву. Эта ситуация отлична от той, когда у самого человека возникает **потребность** что-то узнать, и тогда он ставит перед собой цель — достичь желаемого

результата. В этом случае мотив порождает цель. Будем понимать цель как предвидение результатов и тех действий (в основном учащегося), которые ведут к достижению этих результатов. Под результатами понимаются не только содержательные факты, но и умения выполнять действия, ведущие к осознанному и глубокому владению фактами в разнообразной учебной деятельности.

Чтобы цель, поставленная учителем, стала целью ученика, она должна приобрести личностный смысл для него. А последнее становится возможным, если она будет соответствовать мотиву его деятельности. Между мотивами и целью существует очень сложная зависимость и тесная связь. В процессе целеобразования, то есть принятия субъектом цели, необходимо, чтобы осознание будущего результата осмысливалось с пониманием, зачем этот результат нужен учащемуся, и происходило слияние цели и мотива. Поэтому часто в практике мотивы и цели не разделяются. Чисто в учебных целях ниже приведем примеры возможного четкого разделения целей и мотивов и их связь и примеры, где цели и мотивы сразу выступают во взаимосвязи.

Если подвести итог этому очень краткому анализу проблемы «цель — мотив», то следует заметить: цель направлена на результат деятельности, мотив — на то, где этот результат может быть использован.

Действие целеполагания очень сложное действие, так как оно связано со многими фактами и явлениями. Чтобы выполнить постановку цели обучения теме и ее мотивацию, необходимо:

- ознакомиться с целями изучения курса (в состав которого входит анализируемая тема), которые записаны в программе по математике для общеобразовательных учреждений;
- ознакомиться с примерным тематическим планированием;
- ознакомиться с примерными межпредметными связями внутри предмета;
- на основе логико-математического анализа темы знать ее «ядерный» и сопутствующий ему материал и уровень логической строгости изучения «ядерного» материала.

Выполнив названные выше действия, можно высказать предвидимый результат обучения в форме теоретических фактов и умений. Для создания положительного мотива необходимо показать:

- возможные практические приложения знаний и умений, приобретенных в результате изучения темы;
- интересные факты из истории получения и использования фактов и методов темы;
- широкую или красивую применимость методов и приемов, рассматриваемых в теме;

- занимательную задачу, софизм и т. п., разрешение которой станет возможным благодаря изучению данной темы и т. п.

Логико-математический анализ содержания темы.

Логический анализ темы, прежде всего, сводится к установлению логической организации учебного материала в ней с учетом специфики аксиоматического метода. Ранее мы отмечали три возможных способа логической организации материала: на содержательной основе, дедуктивный подход к построению курса, построение на дедуктивной основе.

Установив логическую организацию учебного материала в теме, необходимо выяснить, какие утверждения доказываются, какие вводятся как иллюстрированные факты, каков уровень логической строгости доказательств, какой метод используется для доказательства, какие новые теоретические утверждения вводятся при решении математических задач. Математический анализ сводится к выяснению основной математической идеи темы (ответ на вопрос, о чем в этой теме узнаем), к выяснению математических обоснований выполняемых преобразований, исследований, доказательств, к осмыслению применяемых в теме математических методов и приемов.

Результатом выполнения логико-математического анализа будет определение «ядерного» материала, логической строгости его изучения и математических методов и приемов изучения этого материала. Во второй главе настоящей работы были показаны различные приемы логико-математического анализа основных компонентов учебного материала: определений, теорем, алгоритмов, математических методов и математических задач. Ими, возможно, воспользоваться и при анализе тем. Кроме того, вузовские курсы математики направлены на оказание помощи в раскрытии трактовок тем школьного курса математики. Учебные пособия по курсу теории и методики обучения математики (в особенности частные методики) также содержат материал, на основе которого возможно выполнять логико-математический анализ тем.

На основе логико-математического анализа теоретического материала темы выполняется анализ математических задач. При анализе математических задач темы необходимо получить ответ на ряд основных вопросов:

- Какое количество задач способствует раскрытию, конкретизации, углублению «ядерного» материала темы?
- Как сгруппированы задачи в соответствии с «ядерным» материалом темы (все ли задачи, соответствующие одному вопросу, собраны в одну группу или перемежаются задачами на повторение)?
- Объединив задачи в группы только с целью анализа, если этого нет в учебнике,

можно ли назвать несколько задач, «представителей» группы, на решении которых должно быть сосредоточено внимание в классе с последующим закреплением приемов и методов решения таких задач?

- Как связаны группы задач, направленных на изучение «ядерного» материала, с задачами из обязательных результатов обучения по данной теме?
- Есть ли в общем наборе задач задачи на осуществление поиска решения, то есть задачи как средство формирования математической деятельности на школьном уровне? Сколько таких задач? Достаточно ли их для достижения поставленных целей?
- Есть ли математические задачи, показывающие приложение изучаемых вопросов в ранее изученных темах математики и других дисциплин?
- Есть ли задачи, учитывая возраст- учащихся, изучающих тему, на основе которых можно создавать положительную мотивацию учения (занимательные, с нестандартной фабулой, проблемные и т. п.)?

Результатом анализа математических задач будет в каждой теме своя типология; основные задачи, которые необходимо решать в классе; методическое отношение к остальным задачам.

Постановка основных учебных задач.

Учебная задача включает в себя результат (в обобщенном виде) и действия, к нему ведущие. Поэтому в ходе логико-дидактического анализа темы необходимо сформулировать основные теоретические результаты изучения темы, учитывая их уровень обобщенности. Причем теоретические результаты меньше всего включают в себя знание отдельных конкретных фактов как объектов, на усвоение которых направлены усилия учащихся, а в значительной мере — типы (виды) определений с их логическими структурами, типы теорем, специфику методов и приемов, типологию математических задач. Это первая особенность постановки учебных задач.

Так как для достижения отмеченных результатов необходимо отобрать адекватные учебно-познавательные действия, то второй существенной особенностью постановки учебных задач при изучении темы будет отбор и определение приемов выполнения учебных действий. Обычно для обучения конкретным темам ставится две-три общие учебные задачи. При планировании уроков по изучению темы эти учебные задачи конкретизируются, выделяются подзадачи, решения которых в целом позволяют решить и общую учебную задачу. В конкретных темах на основе поставленной цели и выполненного логико-математического анализа их содержания будут показаны примеры постановки учебных задач.

Отбор основных средств и методов обучения.

Действия решения учебной задачи входят в ее постановку. Специфика формирования этих действий зависит от их операционного состава, от уровня подготовки класса в предшествующем обучении, от тех средств, которыми располагает школа (ТСО, ЭВМ, таблицы, дидактические материалы, тетради с печатной основой, магнитная и интерактивная доска и т. п.), от личных умений и способностей, учителя. Поэтому решать вопрос отбора средств обучения можно только вариативно с учетом объективных возможностей материала. Все остальное будет уточняться в конкретной школе, классе и у конкретного учителя.

Несколько иначе решается вопрос о выборе приемов и методов обучения. Учитель должен в зависимости от содержания учебного материала варьировать методы, как по источникам обучения, так и по учету видов деятельности учащихся. Во время изучения темы ученики могут и с учебником поработать, могут и послушать объяснение учителя или товарища. Одни темы лучше изучать алгоритмическими методами (действия над числами, тождественные преобразования и др.), в других больше удельный вес исследовательских методов (исследование функций, решение неравенств, решение задач по геометрии и др.). Окончательный ответ на этот вопрос тоже может дать только анализ конкретной темы.

Формы контроля и оценки процесса и результатов деятельности учащихся при обучении теме.

Поскольку в цели изучения темы входит предвидение результатов и действий, к нему ведущих, то и оцениваться должны не только результаты, но и действия. Одной из особенностей учебной деятельности в отличие, например, от трудовой является то, что в равной, если не в большей мере, ее результатом должно быть овладение действиями учения, а не только присвоенными фактами (теоретическими чаще всего). Естественно, в ходе присваивания фактов происходит в разной мере овладение действиями учения. Но коль скоро мы оцениваем знание фактов и конечный результат решения математических задач, то и усилия учеников чаще всего направлены на запоминание факта и получения результата математической задачи любыми средствами: угадать, подогнать под ответ, обратиться к помощи родителей или старших или списать готовое решение у товарища.

Поскольку чаще всего оцениваем результат, ученик и стремится любыми средствами получить результат и предъявить его для оценки. В учебном процессе в равной мере должно оцениваться овладение действиями, как учебно-познавательными, так и собственно математическими. В постановке учебной задачи обязательно должны указываться действия, которыми должны овладеть при решении этой задачи учащиеся. В

организацию контроля должны войти задания, проверяющие уровень сформированности тех или иных действий. Особенно важно продумывать действия, направленные на достижение обязательных результатов обучения теме. Таким образом, учебно-познавательные действия, спрогнозированные в целях обучения теме, конкретизировались в учебной задаче, в методах и приемах изучения темы и должны получить оценку в контролируемых результатах.

Выполнение всех пяти компонентов логико-дидактического анализа темы позволяет составить тематический план изучения темы, определить конкретно цели каждого отдельного урока как звена в общей цепи изучения темы, организовать деятельность учащихся на уроке и т. п.

На фоне выполненного логико-дидактического анализа темы или хотя бы основных ее компонентов: постановка цели и логико-математический анализ содержания — можно решать частные методические задачи. Если же анализа темы нет, вся последующая работа будет малоэффективна. Подготовить план урока вне контекста его в теме невозможно, подобрать средства обучения вне анализа содержания невозможно и т. п. Поэтому-то главным профессиональным умением учителя считаем умение выполнять логико-дидактический анализ тем. Все остальные профессиональные умения формируются на его основе.

НУЛЕВОЙ ВАРИАНТ

Логико-дидактический анализ темы «Многоугольники»

Приведенный ниже анализ темы «Многоугольники» будет выполнен по учебнику А. В. Погорелова.

1. Цели образовательные и воспитательные изучения темы «Многоугольники».

1. Продолжить раскрытие содержания геометрии как дедуктивной системы знаний:
 - построить систему определений основных фигур темы на основе логической связи их между собой;
 - раскрыть конструктивную природу определений многоугольника и угла с учетом нового подхода (как части плоскости);
 - раскрыть операционный состав единого математического приема неполной индукции, используемого при доказательстве основных утверждений темы, и степень строгости проводимых доказательств.
2. Систематизировать и обобщить некоторые метрические свойства многоугольников, рассмотренные ранее для треугольников и четырехугольников и в связи с окружностью.

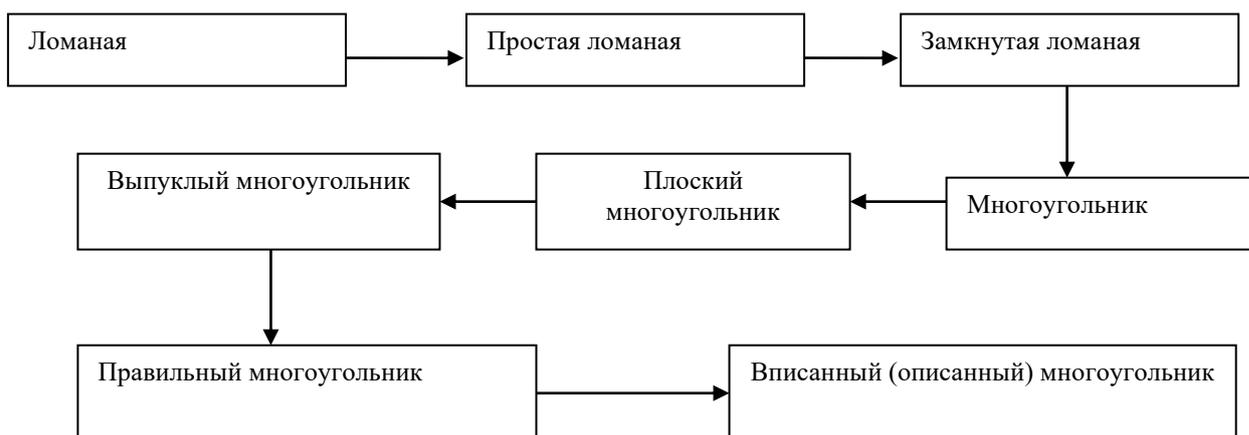
3. Типизировать математические задачи, раскрыть операционный состав поиска решений задач определенных типов, показать практические приложения изучаемой в данной теме теории.

Непосредственными мотивами изучения этой темы могут быть следующие:

- 1) Весь понятийный аппарат темы составит основу понятийного аппарата темы «Многогранники» в курсе стереометрии.
- 2) Изучаемые свойства правильных многоугольников применяются при конструировании различных деталей (гайки восьмиугольные и шестиугольные) и сооружений (можно решить задачи № 21, 22, 40).
- 3) Теория и практика паркетов построена на свойствах многоугольников и особенно правильных многоугольников (статья А. Н. Колмогорова «Паркеты и правильные многоугольники», [72]).
- 4) На основе свойств правильных многоугольников можно решать интересные задачи на разбиение фигур (см.: Квант.—1982.— № 12). Решение таких задач развивает логическое и конструктивное мышление учащихся.

II. Логико-математический анализ темы.

Материал в теме организован на дедуктивной основе, так как всем фигурам, вводимым в тему, даются определения. Можно проследить логическую цепочку в конструировании определений фигур.



Выстроенная цепочка позволяет решать вопросы раскрытия логического действия — конструирования определений объектов. Математический анализ этой цепочки связанных понятий показывает, что наиболее трудными для объяснения будут понятия плоского и выпуклого многоугольников, так как здесь используются такие объекты, как часть плоскости и принадлежность прямой полуплоскости. Названные понятия вводятся на основе иллюстраций, и этот факт накладывает определенные требования на использование наглядности. Существенно новым и важным для данного курса геометрии является вводимое здесь понятие плоского угла. Так как по современной программе вопросы, связанные с длиной дуги и радианной мерой угла, изучаются в связи с изучением тригонометрических функций, то здесь данные понятия можно только актуализировать.

В теме доказываются четыре утверждения. Одно — о длине ломаной — фактически есть обобщение неравенства треугольника. Второе — о сумме углов выпуклого многоугольника — есть обобщение утверждения о сумме углов треугольника. Третье — конструктивная теорема существования правильного многоугольника. И четвертое дает в определенной мере обоснование числа π .

В основе доказательства первых двух утверждений лежит идея обобщения неравенства треугольника и суммы углов треугольника, она же используется и как прием доказательства. От одного неравенства треугольника переходим к следующему звену и т. д. и индуктивно делаем общий вывод. Аналогичный прием и в двух следующих теоремах. Поэтому необходимо раскрыть операционный состав приема и суть умозаключения по индукции, чтобы были усвоены и действия, приводящие к обоснованию утверждения.

Особые содержательные сложности скрыты в доказательстве теоремы об отношении длины окружности к диаметру, так как здесь неявно используется понятие предела. Факты, связывающие длину стороны правильного многоугольника с радиусом окружности, устанавливаются в значительной мере алгебраически.

Математические задачи, приведенные в учебнике, можно по соответствию, теоретическим сведениям объединить в пять групп: первая группа задачи — № 1—7, вторая — № 8—18, третья № 19—29, четвертая № 30—40, пятая № 41—47.

В соответствии с обязательными результатами решение «типичных» задач второй, третьей и четвертой групп должно быть хорошо отработано в классе и со всеми учащимися.

Для определения «типичных» задач необходимо наборы групп задач учебника сравнить с обязательными результатами и выделить их пересечение. В каждой из групп есть задачи, решая которые можно формировать основные элементы математической деятельности на школьном уровне. Из первой группы это задачи № 5, 7; из второй — № 9,

13, 14, 15, 16, 18; из третьей — № 23, 24, 25' из четвертой — № 38, 39.

Выделение основного («ядерного») материала темы, установление групп математических задач, соответствующих основному материалу, выделение «типичных» задач группы и задач, позволяющих обучать математической деятельности, позволяют определить основные учебные задачи и действия по их решению.

III. Учебные задачи и действия, им адекватные.

Основной учебной задачей темы, как вытекает из целей обучения теме и анализа содержания учебного материала, может быть формирование нового понимания геометрической фигуры как части плоскости и раскрытие некоторых ее конструктивных и метрических свойств на основе решения математических задач.

При решении этой учебной задачи можно решить следующие подзадачи:

- 1) Раскрыть логическую структуру взаимосвязи определений фигур темы от ломаной до правильного многоугольника. Результатом решения этой подзадачи будет «цепочка» взаимосвязанных определений и умения конструировать их, выделяя родовое свойство и видовые отличия. Материал темы позволяет (сконцентрировано в одном месте восемь взаимосвязанных объектов) действие конструирования определений фигур сделать актуально значимым.
- 2) Раскрыть структуру приема доказательства утверждений по индукции. Результат решения — овладение последовательностью действий, составляющих прием доказательства по индукции.
- 3) Раскрыть соотношение между линейными и угловыми элементами правильных многоугольников и радиусами вписанной и описанной окружностей и конкретизировать его при решении математических задач. Результат решения — последовательность действий при применении формул к решению математических задач, так как эти действия в значительной мере однообразны во всех задачах. А именно эти задачи составляют основное содержание задач обязательных результатов обучения.
- 4) Раскрыть специфику получения формулы длины окружности (на основе интуитивного понимания понятия «близко» между периметрами вписанного и описанного правильных многоугольников) и применить ее к нахождению длин окружностей и их частей. Результат решения — понимание особого приема доказательства теоремы и последовательность операций по применению формулы в аналогичных задачах.
- 5) Овладеть приемами поиска решения математических задач путем использования общих приемов решения задач на доказательство и конкретных эвристик,

использующих выведенные в теме свойства фигур. Результат решения — актуализированные общие приемы поиска решения задач на доказательство и специфические эвристики.

IV. Средства и приемы обучения.

Средства: модели плоских и неплоских ломаных; модели и чертежи многоугольников (выпуклых, невыпуклых, правильных, вписанных и т. п.); магнитная и интерактивная доска, складной метр; динамическая модель описанного и вписанного многоугольников; математические задачи как средство подведения под понятие фигуры и конкретизации теоретического факта; математические задачи как цель реализации математической деятельности на школьном уровне.

Приемы: использование графов для построения «родословной» понятия; составление пошагового доказательства теоремы 12.1 для создания возможностей переноса структуры доказательства на доказательство последующих теорем: 12.2 и 12.3; работа с учебником при доказательстве теорем 12.2 и 12.3; составление таблиц формул для a_n и b_n через R и r и представление их в классе для постепенного, произвольного запоминания; набор эвристик при обучении поиску решения задач.

V. Формы контроля и оценки.

Контролироваться и оцениваться при обучении данной теме будет следующее:

1. **знание основных («ядерных») фактов:** определения правильного многоугольника; теоремы существования правильного многоугольника (возможности вписывания (описывания) правильного многоугольника в окружность); формулы, выражающей зависимость a_n от R и r , обоснования числа π , плоского угла;
2. владение методом доказательства по индукции, приемом составления «родословной» взаимосвязанных определений фигур; приемом обоснования числа π ; общими приемами решения задач, конкретизирующих теоретические факты на уровне обязательных результатов обучения; общими приемами поиска решения нестандартных математических задач.

На основе логико-дидактического анализа темы, который возможно выполнять с разной степенью детализации и конкретизации, можно далее решать различные методические задачи.

Теперь приведем таблицу — развернутый тематический план изучения темы «Многоугольники».

Дадим комментарий к каждой графе.

1. Количество уроков взять пока такое же, как в программе, так как нет учета работы реального класса и конкретного учителя (взять в программе по математике).

2. Темы уроков сформулировать на основе логико-дидактического анализа темы, но каждый урок должен иметь свою тему.
3. Цели уроков детерминированы только содержанием материала и получают корректировку в реальном классе. Сформулированные ранее учебные задачи и подзадачи существенно помогают постановке целей урока.
4. -5. Распределение математических задач по урокам и на домашние и классные детерминируется целями урока и обязательными результатами обучения (см. программе по математике).
6. Самостоятельные работы зависят от реализуемых целей и вида деятельности учащихся на уроке. В этой графе важно предусмотреть степень самостоятельности выполнения учащимися каждой самостоятельной работы: работа приводится с указанием общих рекомендаций о ее выполнении, с использованием учебников и тетрадей, с использованием консультаций учителей или товарищей, полностью самостоятельно без какой-либо помощи и т. п.
7. В графе «ТСО и наглядность» можно использовать результаты анализа темы и конкретные изготовленные наглядные пособия, а также диафильмы, диапозитивы и разработки для интерактивной доски.
8. Повторение необходимо спланировать с учетом целей обучения.
9. Материал, способствующий созданию положительной мотивации, можно найти в книгах для внеклассной работы.

Составленное примерное методическое планирование темы не является обязательным и предметом обсуждения на занятиях.