

Задание

Два предприятия производят продукцию и поставляют её на рынок региона. Они являются единственными поставщиками продукции в регион, поэтому полностью определяют рынок данной продукции в регионе.

Каждое из предприятий имеет возможность производить продукцию с применением одной из трёх различных технологий. В зависимости от качества продукции, произведённой по каждой технологии, предприятия могут установить цену единицы продукции на уровне 12, 8 и 4 денежных единиц соответственно. При этом предприятия имеют различные затраты на производство единицы продукции. (табл. 1).

Таблица 1

Затраты на единицу продукции, произведённой на предприятиях региона (д.е.).

Технология	Цена реализации единицы продукции, д.е.	Полная себестоимость единицы продукции, д.е.	
		Предприятие А	Предприятие В
1	12	8	10
2	8	5	4
3	4	2	1

В результате маркетингового исследования рынка продукции региона была определена функция спроса на продукцию:

$$Y = 10 - 0,6 * X,$$

где Y – количество продукции, которое приобретёт население региона (тыс. ед.), а X – средняя цена продукции предприятий, д.е.

Значения долей продукции предприятия А, приобретённой населением, зависят от соотношения цен на продукцию предприятия А и предприятия В. В результате маркетингового исследования эта зависимость установлена и значения вычислены (табл. 2).

Таблица 2

Доля продукции предприятия А, приобретаемой населением в зависимости от соотношения цен на продукцию

Цена реализации 1 ед. продукции, д.е.		Доля продукции предприятия А, купленной населением
Предприятие А	Предприятие В	
12	12	0,31
12	8	0,33
12	4	0,18
8	12	0,7
8	8	0,3
8	4	0,2
4	12	0,92
4	8	0,85
4	4	0,72

В задаче необходимо определить:

1. Существует ли в данной задаче ситуация равновесия при выборе технологий производства продукции обоими предприятиями?

2. Существуют ли технологии, которые предприятия заведомо не будут выбирать вследствие невыгодности?

3. Сколько продукции будет реализовано в ситуации равновесия? Какое предприятие окажется в выигрышном положении?

Решение

Одной из главных задач каждого предприятия является максимизация прибыли от реализации продукции. Но в данном случае более важной проблемой является конкурентная борьба. В конкурентном конфликте выигрыш будет определяться не размером прибыли каждого предприятия, а разностью их прибылей. При таком подходе конфликт можно рассматривать как матричную игру двух игроков с нулевой суммой, т.к. выигрыш одного предприятия равен проигрышу другого.

Формализуем конфликтную ситуацию – составим платежную матрицу. Для этого определим стратегии каждого игрока:

A_1 – предприятие А выбирает технологию 1

A_2 – предприятие А выбирает технологию 2

A_3 – предприятие А выбирает технологию 3

B_1 – предприятие В выбирает технологию 1

B_2 – предприятие В выбирает технологию 2

B_3 – предприятие В выбирает технологию 3

Элементами платежной матрицы будет разность прибыли предприятия А и предприятия В.

Найдем a_{11} (выбраны стратегии A_1 и B_1 – оба предприятия реализуют продукцию по 12 д.е.)

Прибыль = Доход – Затраты

И доход и затраты зависят от количества купленной населением продукции, которое определяется функцией спроса $Y = 10 - 0,6 * X$.

Средняя цена на продукцию равна: $X = (12 + 12) / 2 = 12$.

Значит, $Y = 10 - 0,6 * 12 = 10 - 7,2 = 2,8$ (тыс. ед.)

Из таблицы 2 следует, что у предприятия А купят 31% от всей купленной населением продукции:

$2,8 \text{ тыс. ед.} * 31\% = 2800 \text{ ед.} * 0,31 = 868 \text{ ед.}$

Тогда у предприятия В купят 69% от всей купленной населением продукции:

$2,8 \text{ тыс. ед.} * 69\% = 2800 \text{ ед.} * 0,69 = 1932 \text{ ед.}$

или $2800 - 868 = 1932$ (ед.)

Значит:

Прибыль А = $868 * 12 - 868 * 8 = 868 * (12 - 8) = 868 * 4 = 3472$ д.е.

Прибыль В = $1932 * (12 - 10) = 1932 * 2 = 3864$ д.е.

$a_{11} = 3472 - 3864 = -392$ (ед.) = $-0,392$ (тыс.ед.)

Можно использовать следующую формулу для расчета элементов платежной матрицы:

$a_{ij} = (10 - 0,3 * (p_1 + p_2)) * 1000 * (d * (p_1 - s_1) - (1 - d) * (p_2 - s_2))$,

где p_1 – стоимость реализации единицы продукции предприятием А при выборе им стратегии A_i ;

p_2 – стоимость реализации единицы продукции предприятием В при выборе им стратегии B_j ;

s_1 – себестоимость единицы продукции предприятия А при выборе им стратегии A_i ;

s_2 – себестоимость единицы продукции предприятия В при выборе им стратегии B_j ;

d – доля продукции предприятия А, купленной населением при ценах p_1 и p_2 .

Проведя все расчеты, получаем платежную матрицу (в тыс. ед.):

	B_1	B_2	B_3
A_1	-0,392	-5,44	-9,048
A_2	6	-9,88	-11,52
A_3	8,736	7,04	4,56

1. Проверим наличие ситуации равновесия – седловой точки. Для это найдем нижнюю и верхнюю цены игры.

В каждой строчке определим минимальный элемент и запишем его в новом столбце, а из найденных минимальных выберем максимальный: $\alpha = 4,56$ – нижняя цена игры. В каждом столбце найдем максимальный элемент и запишем их в новой строке и из них выберем минимальный $\beta = 4,56$ – верхняя цена игры.

	B₁	B₂	B₃	Мин
A₁	-0,392	-5,44	-9,048	-9,048
A₂	6	-9,88	-11,52	-11,52
A₃	8,736	7,04	4,56	4,56
Макс	8,736	7,04	4,56	

Так как $\alpha = \beta = 4,56$, то в конфликтной ситуации есть точка равновесия – седловая точка, которую образуют стратегии (A₃, B₃).

Если одно предприятие будет придерживаться своей оптимальной стратегии, то самое лучшее поведение второго предприятия – также придерживаться своей оптимальной стратегии. В приложении к условию это означает, что предприятиям необходимо использовать свои третьи технологии и минимальные цены реализации.

2. Определим наличие заведомо невыгодных стратегий у предприятий.

Так как элементы третьей строки больше соответствующих элементов первой строки и второй строки, то стратегии A₁ и A₂ – заведомо невыгодные, так как предприятие А стремится максимизировать разницу прибылей.

Аналогично для предприятия В. Все элементы третьего столбца меньше соответствующих элементов первого и второго столбцов, значит стратегии B₁ и B₂ – заведомо невыгодные (доминируемые).

3. В ситуации равновесия будет реализовано 7600 единиц продукции ($Y = 10 - 0,6 * (4 + 4)/2 = 7,6$). У первого предприятия купят 5472 ед. продукции, а у второго 2128 ед. продукции. В выигрышном положении будет предприятие А.