

Тема: ИСПЫТАНИЕ ГИПОТЕЗ НА ОСНОВЕ ВЫБОРОЧНОЙ СРЕДНЕЙ ПРИ НЕИЗВЕСТНОЙ ГЕНЕРАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ

Пример 1¹. Известно, что производительность труда в среднем по заводу составляет 50 деталей/ч. Необходимо установить, отличается ли производительность труда рабочих определенной возрастной группы от этого значения. Данные, полученные в ходе исследования, представлены в таблице.

Данные выборочного исследования

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	61	80	40	71	39	20	40	80	80	60
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x_i	80	29	51	43	47	40	41	37	41	60
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
x_i	40	60	31	40	65	61	40	59	60	80

Формулируем нулевую и альтернативную гипотезы:

$H_0: a = 50$ - нулевая гипотеза;

$H_1: a \neq 50$ - альтернативная гипотеза.

Рассчитаем наблюдаемое значение критерия:

$$t = \frac{\bar{X} - a}{s/\sqrt{n}}$$

$\bar{X} = 52,5$ – выборочное среднее, функция =СРЗНАЧ(массив)

$a = 50$ – дано по условию

$n = 30$ – объем выборки

$s = 17,1$ – стандартное отклонение по выборке, функция =СТАНДОТКЛОН(массив)

Получаем $t = 0,81$ - наблюдаемое значение критерия.

Для двусторонней проверки ($H_1: a \neq 50$) находим табличное значение критерия с помощью функции: =СТЮДРАСПОБР($\alpha; n - 1$).

$$t_{\text{табл}}(\alpha = 0,05; df = n - 1) = 2,05$$

Принятие решения:



Поскольку фактическое значение критерия попало в область принятия гипотезы, в данном случае $t_{\text{табл}} > t_{\text{набл}}$, то гипотезу H_0 отменить нельзя.

Таким образом, производительность труда рабочих определенной возрастной группы не отличается от 50 деталей/ч.

¹ Источник: Дубина И.Н. Математико-статистические методы в эмпирических социально-экономических исследованиях. – М.: Финансы и статистика, 2010. – С.175

Определим уровень значимости, на котором для двусторонней проверки можно отклонить нулевую гипотезу:

$$\alpha = \text{СТЮДРАСП}(t_{\text{факт}}; n - 1; 2) = 0,42 = 42\%.$$

Это существенно больше 5% и даже 10%, поэтому нулевую гипотезу не отклоняем.

Примечание: параметр «хвосты»=2 в функции =СТЮДРАСП означает двустороннюю проверку.

Оформление расчета в электронных таблицах:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2		x_i	61	80	40	71	39	20	40	80	80	60
3		№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4		x_i	80	29	51	43	47	40	41	37	41	60
5		№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
6		x_i	40	60	31	40	65	61	40	59	60	80
7												
8			Данные для расчета статистических характеристик									
9			61	80	40	71	39	20	40	80	80	60
10			80	29	51	43	47	40	41	37	41	60
11			40	60	31	40	65	61	40	59	60	80
12												
13			$x_{\text{ср}}$ =	52,5333								
14			a =	50								
15			n =	30								
16			s =	17,1298								
17			$t_{\text{набл}}$ =	0,81003								
18		уровень значимости	0,05									
19			$t_{\text{табл}}$ =	2,04523								
20			Вывод: нулевую гипотезу принимаем									
21		ошибка отклонения H_0 =	42%									

В режиме отображения формул

	A	B	C	D	E	F
8			Данные для расчета стати			
9			=C2	=D2	=E2	=F2
10			=C4	=D4	=E4	=F4
11			=C6	=D6	=E6	=F6
12						
13			$x_{\text{ср}}$ =	=СРЗНАЧ(C9:L11)		
14			a =	50		
15			n =	=СЧЁТ(C9:L11)		
16			s =	=СТАНДОТКЛОН(C9:L11)		
17			$t_{\text{набл}}$ =	=(D13-D14)/D16*КОРЕНЬ(D15)		
18		уровень значимости	0,05			
19			$t_{\text{табл}}$ =	=СТЮДРАСПОБР(D18;D15-1)		
20			Вывод: =ЕСЛИ(D17<ABS(D19);"нулевую гипотезу принимаем";"нулевую гипотезу отклоняем")			
21		ошибка отклонения H_0 =	=СТЮДРАСП(D17;D15-1;2)			
22						

Отчет о выполнении проверки статистической гипотезы

Условие:

Известно, что производительность труда в среднем по заводу составляет 50 деталей/ч. Необходимо установить, отличается ли производительность труда рабочих определенной возрастной группы от этого значения.

Сформулируем гипотезы:

$H_0: a = 50$ - нулевая гипотеза;

$H_1: a \neq 50$ - альтернативная гипотеза (двусторонняя проверка).

Рассчитаем наблюдаемое значение критерия:

$$t = \frac{\bar{X} - a}{s/\sqrt{n}}$$

$\bar{X} = 52,5$ – выборочное среднее

$a = 50$ – дано по условию

$n = 30$ – объем выборки

$s = 17,1$ - стандартное отклонение по выборке

$t_{\text{набл}} = 0,81$ - наблюдаемое значение критерия.

$t_{\text{табл}}(\alpha = 0,05; df = 29) = 2,05$ - табличное значение критерия.

Т.к. $t_{\text{табл}} = 2,05 > 0,81 = t_{\text{набл}}$, то наблюдаемое значение критерия попадает в область принятия гипотезы H_0 .

Вывод: принимаем нулевую гипотезу, т.е. производительность труда рабочих определенной возрастной группы не отличается от 50 деталей/ч.

Пример 2². Производитель утверждает, что средний вес пачки чая не меньше $a = 100$ г. Инспектор отобрал 10 пачек и взвесил. Их вес оказался 97, 102, 103, 98, 96, 105, 98, 100, 101, 99. Не противоречит ли это утверждению производителя при уровне значимости $\alpha = 1\%$? Найти минимальный уровень значимости, при котором можно считать, что производитель не обманывает.

Подготовить отчет.

Примечание:

- 1) Необходимо использовать левостороннюю проверку.
- 2) При вычислении табличного значения критерия необходимо использовать функцию =СТЮДРАСПОБР($2 * \alpha; n - 1$).

Пример 3. В сети интернет найти официальные сведения о размере заработной платы в Краснодарском крае в текущий момент времени. По данным какого-нибудь сайта с вакансиями в г.Армавире получить выборку объемом $n = 30$ предложений заработной платы. Проверить гипотезу о соответствии предлагаемой в вакансиях средней зарплаты данным официальной статистики.

По результатам расчетов подготовить отчет.

² Источник: Просветов Г.И. Эконометрика: задачи и решения. – М.: Альфа-пресс, 2008. – С.14.